

PANDUAN PEMBELAJARAN PENDAMPINGAN

DENGAN *SCAFFOLDING* PENELUSURAN TIPE PROSES
PEMAHAMAN STRUKTUR (*STRUCTURE SENSE*)
PADA ALJABAR ELEMENTER
(HIMPUNAN, OPERASI BINER DAN SIFAT-SIFATNYA)

01 0 1 00 011 0101
00 011 0101

Dra. Junarti, M. Pd.



Perkumpulan Guru Matematika Indonesia
Pondok Karma Residence
Jalan Rafflesia VI D. 151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009



PANDUAN
PEMBELAJARAN PENDAMPINGAN DENGAN
SCAFFOLDING
PENELUSURAN TIPE PROSES PEMAHAMAN STRUKTUR
(*STRUCTURE SENSE*) PADA ALJABAR ELEMENTER (HIMPUNAN,
OPERASI BINER DAN SIFAT-SIFATNYA)

**PANDUAN PEMBELAJARAN PENDAMPINGAN
DENGAN *SCAFFOLDING*
PENELUSURAN TIPE PROSES PEMAHAMAN STRUKTUR
(*STUCTURE SENSE*) PADA ALJABAR ELEMENTER
(HIMPUNAN, OPERASI BINER DAN SIFAT-SIFATNYA)**

Dra. Junarti, M.Pd.



**PANDUAN PEMBELAJARAN PENDAMPINGAN
DENGAN *SCAFFOLDING*
PENELUSURAN TIPE PROSES PEMAHAMAN STRUKTUR
(*STRUCTURE SENSE*) PADA ALJABAR ELEMENTER (HIMPUNAN,
OPERASI BINER DAN SIFAT-SIFATNYA)**

© Penerbit Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia (PRCI)

Penulis: Dra. Junarti, M.Pd.

Cetakan Pertama : Desember 2020

Editor : Erik Santoso
Cover : Dani Kusuma
Tata Letak : Tim Kreatif PRCI

Hak Cipta 2020, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
Pondok Karisma Residence Jalan Raflesia VI D.151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009

Website : www.rcipress.rcipublisher.org
E-mail : rumahcemerlangindonesia@gmail.com

Copyright © 2020 by Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
All Right Reserved

- Cet. I – : Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2020
ISBN : 978-623-6535-34-9

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan
cara apapun tanpa ijin tertulis dari penulis dan penerbit

Isi diluar tanggungjawab Penerbit
Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang
Hak Cipta Pasal 72

KATA PENGANTAR

Panduan ini disusun untuk memenuhi pembelajaran awal sebagai pendampingan dalam rangka membangun kemandirian mahasiswa dalam penelusuran tipe proses pemahaman struktur (*structure sense*) pada materi prasyarat dari teori grup melalui *scaffolding* untuk membantu pada pembelajaran mandiri dengan melalui modul berbasis *structure sense* pada semester berikutnya.

Manfaat panduan ini untuk membantu dosen dalam pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* pada materi aljabar elementer khususnya pada penelusuran struktur pada himpunan, struktur pada operasi biner, dan struktur sifat-sifat pada operasi biner beserta hubungannya.

Pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* adalah proses pembelajaran yang memungkinkan peserta didik atau pemula untuk memecahkan masalah, melaksanakan tugas, atau mencapai tujuan dengan melalui bantuan secara bertahap sampai dengan peserta didik dapat melakukan pembelajaran secara mandiri pada periode tertentu. Dosen menyiapkan beberapa tugas dan pemicu yang dapat membantu peserta didik belajar secara bertahap dimulai dari tugas yang paling mudah sampai tugas yang paling sukar. Cara belajar melalui *scaffolding* menghendaki peserta didik untuk belajar atas dorongan atau bantuan tahapan atau fase yang disajikan oleh dosen.

Fase *scaffolding* dilakukan secara klasikal dengan melalui struktur *scaffolding* dapat membantu peserta didik untuk melakukan tugas yang tidak akan dapat lakukan tanpa struktur pendukung (atau bantuan dosen secara bertahap). Fase *Scaffolding* yang dilakukan menggunakan fase Vygotsky meliputi empat tahap yakni: (1) pemodelan, dengan penjelasan secara verbal, (2) peniruan terhadap pemodelan oleh dosen, (3) masa ketika dosen mulai menghilangkan bantuannya, dan (4) peserta didik telah mencapai level penguasaan seorang ahli. Pada fase ke-2, dosen harus secara konstan menilai pemahaman dan memberikan bantuannya sesering mungkin. Pada fase ke-3, secara bertahap dosen mengurangi bantuannya seperti halnya ketika dosen memulai penguasaan materi yang baru.

Panduan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* ini disusun untuk membantu peserta didik agar dapat melaksanakan kegiatan mandiri untuk menemukan tipe proses structure sense yang diharapkan dengan tipe-tipe yang ditemukan dapat menjadi bahan penyusunan modul berbasis structure sense untuk membangun kemampuan koneksi matematika dan kemandirian belajar peserta didik.

Pada kesempatan ini pula, saya mohon masukan dan saran dari bapak/ibu yang lain, atas kritik dan saran yang membangun selalu saya harapkan

Bojonegoro, Desember 2020

Penulis,

DASAR HUKUM

Panduan pembelajaran pendampingan dengan scaffolding disusun dengan menggunakan Dasar Hukum sebagai berikut:

1. Amandemen UUD 1945 pasal 31 BAB XIII tentang Pendidikan Dan Kebudayaan. Pasal 31 Ayat 1, bahwa setiap warga negara berhak mendapat pendidikan.
2. Undang-Undang RI Nomor 2 Tahun 1989 tentang Pendidikan Nasional pasal 1
3. Undang-Undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional
4. Undang-Undang No. 19 Tahun 2005 Tentang Standar Nasional Pendidikan pada pasal 1 ayat 4, ayat 5 dan ayat 6.
5. Perpres nomor 08 tahun 2012 tentang Capaian Pembelajaran Sesuai dengan KKNI (Kerangka Kualifikasi Nasional Indonesia) pada pasal 1 ayat 2.
6. UU DIKTI nomor 12 tahun 2012 pasal 35
7. Peraturan Pemerintah Republik Indonesia nomor 32 Tahun 2013 tentang perubahan atas Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005.
8. Permendikbud nomor 73 tahun 2013 tentang penerapan KKNI Bidang Pendidikan Tinggi

9. Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 49 Tahun 2014 Tentang Standar Nasional Pendidikan Tinggi tentang Standar Proses Pembelajaran: pasal 10 Ayat (2).
10. Peraturan Pemerintah Republik Indonesia nomor 13 Tahun 2015 tentang Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan (Lembaran Negara Republik Indonesia Tahun 2005 Nomor 41
11. Permenristekdikti no. 44 Tahun 2015 tentang Standar Nasional Pendidikan Tinggi pada pasal 1 ayat 10, Pasal 10 ayat (2), Pasal 11 pada ayat (1), pasal 12 ayat 3 , pasal 14 ayat 3.
12. Permenristekdikti nomor 50 tahun 2018 tentang Perubahan atas Permenristekdikti no. 44 Tahun 2015 tentang Standar Nasional Pendidikan Tinggi.

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DASAR HUKUM	iv
DAFTAR ISI	vi
PENDAHULUAN	1
JADWAL PELAKSANAAN DAN ALOKASI WAKTU	6
PETUNJUK PELAKSANAAN	7
TAHAPAN PELAKSANAAN PEMBELAJARAN	
PENDAMPINGAN DI KELAS	11
PETUNJUK PENGGUNAAN LEMBAR KERJA	
MAHASISWA	19
PENUTUP	23
REFERENSI	24
LAMPIRAN 2: RENCANA PROGRAM PEMBELAJARAN (RPP)	34
LAMPIRAN 3: LEMBAR MATERI	42
LAMPIRAN 4: LEMBAR KERJA MAHASISWA (LKM)	52
LAMPIRAN 5: KUNCI JAWABAN LKM	64

PENDAHULUAN

Panduan ini merupakan panduan pembelajaran dalam rangka menelusuri proses pemahaman struktur (*structure sense*) pada struktur himpunan beserta elemennya, struktur operasi biner, struktur sifat-sifat pada operasi biner meliputi: sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers beserta hubungannya. Panduan ini sebagai bentuk pendampingan dalam pembelajaran selanjutnya agar terwujud karakter kemandirian dalam belajar serta membangun tanggungjawab mahasiswa dalam belajar. Diharapkan melalui pendampingan ini mahasiswa secara mandiri dapat belajar tanpa ketergantungan kepada dosen, sehingga ada tidaknya dosen mahasiswa mampu belajar dengan fasilitas yang ada misalnya seperti modul atau fasilitas internet melalui online dan lain sebagainya dapat mengembangkan dirinya sebagai pebelajar secara optimal.

Belajar dibedakan menjadi dua yaitu belajar tentang materi (content) dan belajar tentang hal-hal yang mendukung kelancaran belajar. Belajar tentang materi (konten) dengan melalui *scaffolding* secara analitik. Belajar yang mendukung demi kelancaran belajar atau disebut juga dengan pola interaksi dikategorikan *scaffolding* sosial. Selama proses pembelajaran pendampingan dengan

scaffolding, peserta didik dituntut memiliki disiplin diri, inisiatif, dan motivasi belajar yang kuat. Peserta didik juga dituntut untuk dapat mengatur kemampuannya dengan bertahap sehingga dapat belajar secara optimal berdasarkan fase *scaffolding* yang diberikan oleh dosen, agar selanjutnya mampu belajar secara mandiri dapat terwujud secara maksimal.

Proses pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* dilaksanakan dengan mempersyaratkan adanya tatap muka langsung kepada peserta didik dan adanya interaksi peserta didik dengan dosen/tutor, atau peserta didik dengan peserta didik. Dosen memberikan kesempatan untuk memanfaatkan beragam fasilitas perpustakaan atau media melalui online di kampus dengan tersedianya *Wi-fi*, memberikan kesempatan untuk berdiskusi tentang tugas-tugas dengan peserta didik lain dan dosen.

Kegiatan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* secara keseluruhan akan dilaksanakan selama 2 kali pertemuan (2 x tatap muka) minggu ke-tiga dan minggu ke-empat pada bulan Juni 2019. Pendampingan dengan melalui tatap muka langsung dilakukan sesuai dengan jadwal.

Evaluasi kegiatan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* ini dilakukan dengan menggunakan instrumen evaluasi keterlaksanaan pendampingan kepada dosen pemantau untuk mengamati keterlaksanaannya.

Materi evaluasi diarahkan pada terselenggaranya pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* dan adanya kendala peserta didik dan adanya upaya pemecahannya terhadap kendala yang dihadapi. Di samping itu evaluasi pelaksanaan pendampingan juga digunakan untuk mengetahui respon peserta didik terhadap pembelajaran melalui fase *scaffolding* yang dilakukan peserta didik.

Panduan pembelajaran pendampingan ini disampaikan kepada mahasiswa semester empat pada program studi pendidikan matematika, pada materi aljabar elementer sebagai prasyarat mata kuliah aljabar abstrak dengan topik struktur himpunan, struktur operasi biner, struktur sifat-sifat pada operasi biner beserta hubungannya yang disampaikan selama dua kali pertemuan. Panduan ini untuk membantu mempermudah dosen pengampu dalam pelaksanaan pembelajaran pendampingan dengan menggunakan *scaffolding*.

Isi panduan ini dimulai dengan pendahuluan, jadwal pelaksanaan dan alokasi waktu, petunjuk pelaksanaan, tahapan pelaksanaan, penutup, dan lampiran-lampiran yang memuat:

- (1) Silabus,
- (2) Rencana Program Pembelajaran,
- (3) Lembar Materi meliputi: penjelasan materi dan contoh-contohnya sebagai fase *scaffolding* pertama sebagai bentuk pemodelan secara verbal,

- (4) Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) meliputi:
 - a) fase *scaffolding* yang kedua menggunakan LKM-1 (untuk pertemuan pertama) dan LKM-4 (untuk pertemuan kedua),
 - b) fase *scaffolding* ketiga menggunakan LKM-2 (untuk pertemuan pertama) dan LKM-5 (untuk pertemuan kedua),
 - c) fase *scaffolding* keempat menggunakan LKM-3 (untuk pertemuan pertama) dan LKM-6 (untuk pertemuan pertama),
- (5) Kunci Jawaban Lembar Kerja Mahasiswa (LKM-1, LKM-2, LKM-3, LKM-4, LKM-5, LKM-6).

Pada lampiran panduan ini memuat Lembar Materi yang isinya meliputi:

- (1) Materi himpunan dan operasi biner untuk pertemuan pertama
- (2) Materi sifat-sifat pada operasi biner untuk pertemuan ke-dua.

Komponen dari lembar materi meliputi: (1) Penjelasan isi materi, (2) contoh-contoh soal.

Lampiran yang memuat Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) memuat komponen soal-soal yang berkaitan materi dengan urutan LKM sesuai fase *scaffolding*. Jika LKM untuk fase-2 disusun dengan memuat beberapa isian contoh jawaban dan beberapa kolom isian jawaban yang dikosongkan. Untuk LKM fase-3 sebagian ada jawabannya

dan sebagian banyak dikosongkan jawabannya. Sedangkan untuk LKM fase-4, jawaban dikosongkan semuanya.

Penyusunan panduan ini juga dimaksudkan untuk menambah bahan alternatif sebagai acuan dalam proses pembelajaran yang sudah biasa dilakukan.

JADWAL PELAKSANAAN DAN ALOKASI WAKTU

Pelaksanaan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* dikenakan pada mahasiswa semester empat (IV) sebanyak satu kelas prodi Pendidikan Matematika dan pelaksanaannya dilakukan sebanyak dua kali pertemuan dengan penjadwalan dan alokasi waktu dijelaskan pada tabel berikut.

Tabel 1 Jadwal Pelaksanaan Dan Alokasi Waktu

Pertemuan ke	Pelaksanaan	Materi/ Topik	Alokasi Waktu
I	klasikal	Himpunan dan Operasi Biner	150 menit
II	klasikal	Sifat-sifat Operasi Biner	150 menit

PETUNJUK PELAKSANAAN

Pelaksanaan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* dilakukan selama dua kali pertemuan dengan petunjuk pelaksanaan di dalam kelas sebagai berikut:

1. Tahap persiapan:
Menyusun Silabus, RPP, Lembar Materi, LKM, dan kunci jawaban dipersiapkan terlebih dahulu.
2. Tahap pembelajaran:
 - a. Mahasiswa diharapkan hadir 10 menit sebelum perkuliahan dimulai.
 - b. Perkuliahan dimulai pukul 09.30 WIB sampai dengan pukul 12.00 WIB.
 - c. Dosen membagi kelompok berdasarkan letak skor hasil tes awal tentang structure sense. Kelompok dibagi berdasarkan dalam tiga kategori: a) kategori tinggi, b) kategori sedang, c) kategori bawah. Masing-masing kelompok terdiri dari tiga mahasiswa.
 - d. Masing-masing kelompok diberikan lembar materi di awal perkuliahan dan diminta menyimak sambil dosen menjelaskan dan memberikan contoh-contoh sebagai bentuk

pemodelan dalam fase *scaffolding* yang pertama.

- e. Kemudian mahasiswa dibagikan LKM menyesuaikan kebutuhan fase *scaffolding*, misalnya:
 - i. pada pertemuan pertama: pada fase *scaffolding* yang ke-dua masing-masing mahasiswa dibagikan LKM-1, kemudian fase ke-tiga dibagikan LKM-2, dan fase ke-empat dibagikan LKM-3; jika hasil capaian LKM dari kelompok bawah yang tidak tuntas di LKM-2 penanganannya dilakukan dengan bimbingan dosen kembali ke fase ke-satu (kembali ke LKM-1). Dan seterusnya sampai mencapai ketuntasan dari masing-masing LKM maupun sampai mencapai fase akhir *Scaffolding* yakni mandiri.
 - ii. pada pertemuan kedua: pada fase *scaffolding* ke-dua masih dalam kelompok yang sama, mahasiswa dibagikan LKM-4, fase ke-tiga dibagikan LKM-5, dan fase ke-empat dibagikan LKM-6, jika hasil capaian LKM dari kelompok bawah yang tidak tuntas di LKM-2 penanganannya dilakukan dengan bimbingan dosen kembali ke fase

ke-satu (kembali ke LKM-1). Dan seterusnya sampai mencapai ketuntasan dari masing-masing LKM maupun sampai mencapai fase akhir *Scaffolding* yakni mandiri.

- (6) Pada saat mahasiswa dibagikan LKM , mahasiswa diminta mengisi isian pada kolom jawaban yang telah disediakan sesuai dengan fase-fase *scaffolding*.
- (7) Pada saat fase *scaffolding* yang ke-dua dalam tahapan mahasiswa menirukan, dosen membagi waktu secara bergiliran dengan skala prioritas berdasarkan urutan kelompok kemampuan rendah, kemudian kelompok kemampuan sedang, dan terakhir kelompok kemampuan tinggi jika masih memerlukan.
- (8) Jika mahasiswa pada setiap fase tidak begitu memerlukan bantuan dosen, maka yang dilakukan dosen cukup memantau kegiatan mahasiswa dalam mengerjakan LKM secara berkeliling secara merata mendekati ke tempat duduk mahasiswa.
- (9) Pelaksanaan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* dikatakan selesai jika 75% mahasiswa di fase *scaffolding* yang ke-empat sama sekali tidak membutuhkan bantuan dosen.

- (10) Jika waktu yang ditetapkan sudah sampai pada waktunya (waktu perkuliahan habis), maka akan dilakukan penambahan waktu, alasan fase *scaffolding* mengarahkan sampai mencapai mahasiswa mandiri dengan acuan waktu tidak lebih dari 30 menit.
- (11) Jika penambahan waktu sudah dilakukan, namun tidak mencapai 75% mahasiswa yang mandiri, maka dilakukan penangan khusus dengan pembelajaran kelompok kecil atau individual tergantung jumlah mahasiswanya.

TAHAPAN PELAKSANAAN PEMBELAJARAN PENDAMPINGAN DI KELAS

Pelaksanaan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* meliputi tahapan-tahapan yang dijelaskan pada Tabel 2 dan Tabel 3 sebagai berikut:

**Tabel 2 Tahapan Pelaksanaan Pembelajaran
Pendampingan Dengan *Scaffolding* Pertemuan
Pertama**

Fase	Kegiatan Dosen	Kegiatan Mahasiswa	Alokasi waktu
I	<ul style="list-style-type: none"> • Pembukaan untuk struktur materi himpunan beserta elemennya dan struktur operasi biner • Dosen membagikan Lembar Materi kepada masing-masing mahasiswa 	<ul style="list-style-type: none"> • mahasiswa menyiapkan diri • mahasiswa menyimak Lembar Materi 	30 Menit

Fase	Kegiatan Dosen	Kegiatan Mahasiswa	Alokasi waktu
	<ul style="list-style-type: none"> • Dosen Menjelaskan dan membual pemodelan melalui contoh-contoh • Dosen membagi kelompok berdasarkan hasil pekerjaannya pada tes awal 	<ul style="list-style-type: none"> • mahasiswa menyimak penjelasan dosen • mahasiswa memposisi kantenpat duduknya sesuai pembagian kelompok oleh dosen 	
II	<ul style="list-style-type: none"> • Dosen membagikan LKM-1 kepada masing-masing mahasiswa kepada semua kelompok sambil memin-ta kepada mahasiswa menirukan jawaban yang diberikan oleh dosen secara klasikal sampai LKM-1 terisi semua dengan sambil 	<ul style="list-style-type: none"> • Mahasiswa menerima LKM-1 dan meniru-kan jawaban dosen ke dalam LKM-1 sesuai arahan dosen sampai LKM-1 terisi semua 	30 Menit

Fase	Kegiatan Dosen	Kegiatan Mahasiswa	Alokasi waktu
	selalu mengarahkan mahasiswa untuk mengikuti jawaban yang disampaikan oleh dosen.		
III	<ul style="list-style-type: none"> • Dosen membagikan LKM-2 kepada masing-masing mahasiswa dan dilanjutkan mengarahkan mahasiswa untuk mengisi kolom isian yang disediakan pada LKM-2 dengan mengurangi bantuan kepada mahasiswa. Sambil dosen berkeliling ke bangku mahasiswa 	<ul style="list-style-type: none"> • Mahasiswa menerima LKM-2 dan mengikuti arahan dosen dan mencoba berusaha sendiri untuk mengisi jawaban pada titik-titik kolom isian yang sudah disediakan dalam LKM-2 dengan mengurangi meminta bantuan ke 	45 Menit

Fase	Kegiatan Dosen	Kegiatan Mahasiswa	Alokasi waktu
		dosen.	
IV	<ul style="list-style-type: none">Dosen membagikan LKM-3 kepada masing-masing mahasiswa, namun dosen sama sekali tanpa memberikan bantuan	<ul style="list-style-type: none">Mahasiswa menerima LKM-3 dan mengerjakannya tanpa bantuan dosen sama sekali.	45 Menit

Tabel 3 Tahapan Pelaksanaan Pembelajaran Pendampingan Dengan *Scaffolding* Pertemuan Kedua

Fase	Kegiatan Dosen	Kegiatan Mahasiswa	Alokasi waktu
I	<ul style="list-style-type: none"> • Pembukaan untuk materi struktur Sifat-sifat pada Operasi Biner meliputi; komutatif, asosiatif, identitas, invers dan hubungan antar sifat. • Dosen membagikan Lembar Materi kepada masing-masing mahasiswa • Dosen Menjelaskan dan membual pemodelan melalui contoh-contoh • Mahasiswa disiapkan dalam kelompok yang sama pada pertemuan sebelumnya 	<ul style="list-style-type: none"> • mahasiswa menyiapkan diri • mahasiswa menyimak Lembar Materi • mahasiswa menyimak penjelasan dosen • mahasiswa memposisikan tempat duduknya sesuai arahan dosen 	30 Menit

II	<ul style="list-style-type: none">• Dosen membagikan LKM-4 kepada masing-masing mahasiswa sambil memin-ta kepada mahasiswa menirukan jawaban yang diberikan oleh dosen secara klasikal sampai LKM-4 terisi semua dengan sambil selalu mengarahkan mahasiswa untuk mengikuti jawaban yang disampaikan oleh dosen.• Jika ada kelompok yang belum tuntas dalam mengerjakan LKM maka diminta mengulangi LKM sebelumnya sampai mahasiswa mampu secara mandiri mengerjakan tugas-tugas dalam LKM	<ul style="list-style-type: none">• Mahasiswa menerima LKM-4 dan meniru-kan jawaban dosen ke dalam LKM-4 sesuai arahan dosen sampai LKM-4 terisi semua• Mahasiswa kelompok tertentu mengikuti arahan dosen	30 Menit
----	---	---	-------------

III	<ul style="list-style-type: none"> Dosen membagikan LKM-5 kepada masing-masing mahasiswa dan dilanjutkan mengarahkan mahasiswa untuk mengisi kolom isian pada LKM-5 yang disediakan dengan mengurangi bantuan kepada mahasiswa. Sambil dosen berkeliling ke bangku mahasiswa 	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa menerima LKM-5 dan mengikuti arahan dosen dan mencoba berusaha sendiri untuk mengisi jawaban pada titik-titik kolom isian yang sudah disediakan dalam LKM-5 dengan mengurangi meminta bantuan ke dosen. 	45 Menit
IV	<ul style="list-style-type: none"> Dosen membagikan LKM-6 kepada masing-masing mahasiswa, namun dosen sama sekali tanpa memberikan 	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa menerima LKM-6 dan mengerjakannya tanpa bantuan dosen 	45 Menit

bantuan

sama sekali.

PETUNJUK PENGGUNAAN LEMBAR KERJA MAHASISWA

Ada beberapa tahapan dalam belajar yang harus dilakukan pada penggunaan Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) di dalam kelas sebagai berikut:

1. Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) dalam panduan ini terdiri dari enam LKM yakni LKM-1, LKM-2, LKM-3, LKM-4, LKM-5, dan LKM-6. Jika diperlukan untuk kelompok bawah disiapkan LKM cadangan sebagai bantuan untuk membimbing ketercapaian ketuntasan.
2. LKM dalam panduan ini membantu mahasiswa dalam melaksanakan tahapan pada setiap fase *scaffolding*.
3. Untuk fase-2 *scaffolding* meliputi fase menirukan diberikan LKM-1 untuk pertemuan pertama dengan mengisi pada kolom jawaban yang sebagian sudah terdapat jawabannya sebagian lagi masih

dikosongkan. Bagian yang dikosongkan, mahasiswa diminta untuk meniruka arahan dalam dosen menjawab. Demikian juga pada pertemuan kedua dengan menggunakan LKM-4.

4. LKM-2 dan LKM-5 untuk jawabannya tidak diberikan di lembar LKM dikarenakan pada fase-3 *scaffolding*, dosen hanya memberikan bantuan terbatas atau bantuan dosen mulai dikurangi.
5. LKM-3 dan LKM-6 untuk menjawabnya tidak sama sekali diberikan bantuan oleh dosen.
6. LKM-1, LKM-2, dan LKM-3 dipergunakan pada pertemuan pertama berisi materi tentang tugas-tugas pada topik struktur himpunan dan struktur operasi himpunan.
7. LKM-4, LKM-5, dan LKM-6 dipergunakan pada pertemuan pertama berisi materi tentang tugas-tugas pada topik struktur himpunan dan struktur operasi himpunan.
8. Lembar Kerja Mahasiswa memuat soal-soal sebagai tugas tentang struktur konsep yang disusun dengan

memenuhi kebutuhan fase-fase *scaffolding* melalui bimbingan dosen sampai mahasiswa mampu belajar mandiri tanpa bantuan dosen dengan melalui LKM tersebut.

9. Materi tugas pada LKM merupakan materi yang dipahami oleh mahasiswa sesuai dengan capaian pembelajaran dan indikator yang telah dirumuskan di dalam RPP.
10. Simaklah penjelasan dan arahan dosen, kemudian bacalah petunjuk pengisian Lembar Kerja Mahasiswa ke-4 secara baik, kerjakan dengan mengikuti arahan dan bimbingan dosen pada kolom yang telah disediakan. Jika kurang jelas dan kurang paham bisa meminta bantuan kepada dosen.
11. Jawablah soal-soal pada bagian LKM-1 dan LKM-4 di buku tugas Saudara dan perhatikan arahan maupun bimbingan dosen dalam tahapan pengerjaannya. Jika jawaban Saudara salah dan kurang paham, mahasiswa diperkenankan meminta bantuan kepada

dosen atau baca kembali penjelasan di dalam uraian materi.

12. Untuk mendalami materi, kerjakan LKM-2 dan LKM-5 yang sudah diberikan oleh Dosen dan kerjakan secara baik, dengan bantuan dosen seperlunya saja.
13. Untuk tugas berikutnya, mahasiswa diberikan mengerjakan LKM-3 dan LKM-6 yang sudah diberikan oleh Dosen dan dikerjakan sendiri secara baik, tanpa mendapat bantuan dari Dosen.
14. Selesai mengerjakan LKM-1, LKM-2, LKM-3, LKM-4, LKM-5, dan LKM-6, dikumpulkan kepada Dosen untuk mendapatkan umpan balik.

PENUTUP

Panduan pembelajaran pendampingan dengan *scaffolding* ini disusun untuk memenuhi kebutuhan pemahaman struktur (*structure sense*) dan membangun karakter kemandirian dalam belajar serta membangun tanggungjawab mahasiswa terhadap materi perkuliahan yang disampaikan oleh dosen untuk menempuh perkuliahan mandiri.

Panduan ini disusun sangat sederhana dengan skema susunan yang praktis, semoga membantu penggunaan dari panduan ini di dalam kelas.

REFERENSI

- Aisah, I. 2017. Modul Struktur Aljabar 1. Bandung: Universitas Padjadjaran.
- Amandemen UUD 1945.*
- Ellis, W. & Burzynski, D.2008. Elementary Algebra.Texas: CONNEXIONS Rice University Huston.
Online:<<http://cnx.org/content/col10614/1.3/>>.
- Gozali, S.M. 2010. Teori Grup. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Lolang, E. 2013. Aljabar Abstrak. Makasar: UKI Toraja Press.
- Judson, T.W. 2013. Abstract Algebra Theory and Applications. Stephen F. Austin State University.
- Nugraha, A. &. Dwiyana, A.S.D. Himpunan.
<http://repository.ut.ac.id/4704/1/PAUD4305-M1.pdf>.
- Peraturan Pemerintah Republik Indonesia nomor 32 Tahun 2013 tentang perubahan atas Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 49 Tahun 2014 Tentang Standar Nasional Pendidikan Tinggi tentang Standar Proses Pembelajaran.

- Permendikbud nomor 73 tahun 2013 tentang penerapan
KKNI Bidang Pendidikan Tinggi
- Perpres nomor 08 tahun 2012 tentang Capaian
Pembelajaran Sesuai dengan KKNI (Kerangka
Kualifikasi Nasional Indonesia)
- Peraturan Pemerintah Republik Indonesia nomor 13
Tahun 2015
- Redwoods. 2012-2013. Elementary Algebra Textbook.
Second Edition Department of Mathematics College
of the Redwoods. [http://
cabrillo.edu/~mcaspers/hybrid/ElementaryAlgebraRe
dwoodsText.pdf](http://cabrillo.edu/~mcaspers/hybrid/ElementaryAlgebraRedwoodsText.pdf).
- Salinan Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan
Nomor 73 tahun 2013. Salinan Peraturan Menteri
Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi Republik
Indonesia Nomor 44 Tahun 2015 Tentang Standar
Nasional Pendidikan Tinggi.
- Salinan Peraturan Menteri Riset, Teknologi, dan
Pendidikan Tinggi Republik Indonesia Nomor 50
tahun 2018 tentang Perubahan atas Permenristekdikti
Nomor 44 Tahun 2015 tentang Standar Nasional
Pendidikan Tinggi.
- Sari, D.I. 2012. Aljabar Linear Elementer. Bangkalan:
STKIP.
- Setiawan, A. 2014. Dasar-dasar Aljabar Modern: Teori
Grup & Teori Ring. Salatiga: Tisara Grafika.

- Siksek, S. 2015. Introduction to Abstract Algebra. Mathematics Institute University of Warwick. <https://homepages.warwick.ac.uk/staff/S.Siksek/teaching/aa/aanotes.pdf>.
- Sukirman, Teori Himpunan. <http://repository.ut.ac.id/4736/2/PEMA4315-M1.pdf>.
- Undang-Undang RI Nomor 2 Tahun 1989 tentang Pendidikan Nasional
- Undang-undang Nomor 20 Tahun 2003 Tentang Sisdiknas
- Undang-Undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional
- Undang-Undang No. 19 Tahun 2005 Tentang Standar Nasional Pendidikan
- Undang-Undang DIKTI nomor 12 tahun 2012 tentang Kurikulum Pendidikan tinggi.
- Widayat, W. Himpunan dan Sistem Bilangan. <http://repository.ut.ac.id/3918/1/ESPA4122-M1.Pdf>.

MINGGU KE	CAPAIAN PEMBELAJARAN	POKOK BAHASAN	SUB POKOK BAHASAN	METODE PEMBELAJARAN	KEGIATAN YANG DILAKUKAN MAHASISWA	KEGIATAN YANG DILAKUKAN DOSEN
	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa dapat mengenali operasi biner pada struktur yang familiar Mahasiswa dapat mengenali operasi biner pada struktur yang tidak familiar Mahasiswa dapat 		<p>dalam bentuk rumus atau tabel</p>			<p>konstan menilai pemahaman dan memberikan bantuannya sesering mungkin (3) masa ketika dosen mulai menghilangkan bantuannya, pada fase ke-3, secara bertahap mengurangi bantuannya seperti halnya</p>

MINGGU KE	CAPAIAN PEMBELAJARAN	POKOK BAHASAN	SUB POKOK BAHASAN	METODE PEMBELAJARAN	KEGIATAN YANG DILAKUKAN MAHASISWA	KEGIATAN YANG DILAKUKAN DOSEN
	<ul style="list-style-type: none"> membedakan struktur operasi biner yang familiar dan yang tidak familiar Mahasiswa dapat mengenali persamaan dan perbedaan mendefinisikan operasi biner dalam bentuk (rumus atau 					<ul style="list-style-type: none"> ketika dosen memulai penguasaan materi yang baru (4) siswa telah mencapai level penguasaan seorang ahli atau sampai membentuk suatu tipe-tipe proses structure sense dari kelompok kemampuan tinggi, sedang,

MINGGU KE	CAPAIAN PEMBELAJARAN	POKOK BAHASAN	SUB POKOK BAHASAN	METODE PEMBELAJARAN	KEGIATAN YANG DILAKUKAN MAHASISWA	KEGIATAN YANG DILAKUKAN DOSEN
	tabel).					dan rendah.
3	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa dapat mengenali struktur properti komutatif Mahasiswa dapat mengenali struktur properti asosiatif Mahasiswa dapat mengenali struktur 	Teori Himpunan dan Pemetaan	Properti komutatif Properti Asosiatif Properti Identitas Properti Invers	Presentasi dosen dan diskusi dengan strategi scaffolding	Mendengarkan dan terlibat dalam diskusi dengan melalui tahapan scaffolding	1) pemodelan, dengan penjelasan secara verbal, (2) peniruan terhadap pemodelan oleh dosen, kemudian dosen secara konstan menilai pemahaman dan memberikan bantuannya

MINGGU KE	CAPAIAN PEMBELAJARAN	POKOK BAHASAN	SUB POKOK BAHASAN	METODE PEMBELAJARAN	KEGIATAN YANG DILAKUKAN MAHASISWA	KEGIATAN YANG DILAKUKAN DOSEN
	<ul style="list-style-type: none"> properti identitas. Mahasiswa dapat dapat mengenali struktur properti invers. Mahasiswa dapat mengenali hubungan antara properti identitas dan invers 					<p>sesering mungkin (3) masa ketika dosen mulai menghilangkan bantuannya, pada fase ke-3, secara bertahap mengurangi bantuannya seperti halnya ketika dosen memulai penguasaan materi yang baru</p>

MINGGU KE	CAPAIAN PEMBELAJARAN	POKOK BAHASAN	SUB POKOK BAHASAN	METODE PEMBELAJARAN	KEGIATAN YANG DILAKUKAN MAHASISWA	KEGIATAN YANG DILAKUKAN DOSEN
	<ul style="list-style-type: none"> Mahasiswa mampu menggunakan hubungan satu properti untuk properti yang lainnya. 					(4) siswa telah mencapai level penguasaan seorang ahli atau sampai membentuk suatu tipe-tipe proses structure sense dari kelompok kemampuan tinggi, sedang, dan rendah.
4	Tes Akhir					

LAMPIRAN 2: RENCANA PROGRAM PEMBELAJARAN (RPP)

- 1) Rencana Program Pembelajaran Pertemuan Pertama
- RANCANGAN PROGRAM PEMBELAJARAN**
1. Materi Kuliah : Aljabar Elementer (Materi Prasyarat Aljabar Abstrak)
 2. Nama Dosen : Junarti
 3. Institusi : IKIP PGRI Bojonegoro
 4. Fakultas : Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
 5. Program Studi : Pendidikan Matematika
 6. Semester : Empat (4)
 7. Alokasi Waktu/sks : 3 x 150 menit/ 3 sks
 8. Pertemuan : Pertama
 9. Topik Materi : Himpunan dan Operasi Biner
 10. Hari : Kamis
 11. Deskripsi singkat materi kuliah: Konsep-konsep yang diberikan dalam perkuliahan ini adalah struktur elemen himpunan, struktur operasi biner, struktur persamaan dan perbedaan dari operasi biner bentuk rumus dan tabel, struktur sifat-sifat pada operasi biner: komutatif, asosiatif, identitas, dan invers beserta hubungannya.

12. Tujuan pembelajaran: Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan memiliki pemahaman tentang struktur elemen himpunan, struktur operasi biner, struktur operasi biner dalam bentuk rumus ataupun tabel, struktur sifat-sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers serta hubungannya.
13. Capaian pembelajaran (*Learning outcomes* = LO)
Mahasiswa diharapkan mampu:
 - a. Memahami struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner yang diberikan dalam perkuliahan.
 - b. Mengidentifikasi struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner
 - c. Mengenali hubungan struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner.
 - d. Mengenali persamaan dan perbedaan struktur operasi biner dalam bentuk rumus atau tabel.
 - e. Mengenali struktur pada sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers
 - f. Mengenali struktur hubungan antar sifat-sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers dengan urutan kuantitatif dan logis.
 - g. Mengenali struktur sifat-sifat identitas dan invers secara spontan.
14. Pokok Materi: Pokok materi yang akan diberikan dalam perkuliahan ini adalah himpunan dan operasi biner.

Materi Pembelajaran	Capaian Pembelajaran	Indikator
Himpunan dan Operasi Biner	1. Memahami struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner yang diberikan dalam perkuliahan.	1.1 Mengenali struktur elemen himpunan
	2. Mengidentifikasi struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner	1.1 Mengenali operasi biner dari struktur yang familiar 1.2 Mengenali operasi biner dari struktur yang tidak familiar
	2. Mengenali hubungan struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner.	1.1 Mengenali hubungan penggunaan struktur elemen himpunan pada operasi biner dari struktur yang familiar 1.2 Mengenali hubungan

Materi Pembelajaran	Capaian Pembelajaran	Indikator
	3. Mengenali persamaan dan perbedaan operasi biner dari struktur dalam bentuk rumus dan tabel.	penggunaan struktur elemen himpunan pada operasi biner dari struktur yang tidak familiar
		3.1 Mengenali persamaan dan perbedaan operasi biner dari struktur dalam bentuk rumus
		3.2 Mengenali persamaan dan perbedaan operasi biner dari struktur dalam bentuk tabel

2) Rencana Program Pembelajaran Pertemuan Kedua

RENCANA PROGRAM PEMBELAJARAN

RANCANGAN PROGRAM PEMBELAJARAN

1. Materi Kuliah : Aljabar Elementer (Materi Prasyarat Aljabar Abstrak)
2. Nama Dosen : Junarti
3. Institusi :
4. Fakultas : Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
5. Program Studi : Pendidikan Matematika
6. Semester : Empat (4)
7. Alokasi Waktu/sks : 3 x 150 menit/ 3 sks
8. Pertemuan : Pertama
9. Topik Materi : Himpunan dan Operasi Biner
10. Hari, tanggal : Kamis,
11. Deskripsi singkat materi kuliah: Konsep-konsep yang diberikan dalam perkuliahan ini adalah struktur elemen himpunan, struktur operasi biner, struktur persamaan dan perbedaan dari operasi biner bentuk rumus dan tabel, struktur sifat-sifat pada operasi biner: komutatif, asosiatif, identitas, dan invers beserta hubungannya.
12. Tujuan pembelajaran: Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan memiliki pemahaman tentang struktur elemen himpunan, struktur operasi biner, struktur operasi biner dalam bentuk rumus ataupun

tabel, struktur sifat-sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers serta hubungannya.

13. Capaian pembelajaran (*Learning outcomes* = LO)

Mahasiswa diharapkan mampu:

- a. Memahami struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner yang diberikan dalam perkuliahan.
- b. Mengidentifikasi struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner
- c. Mengenali hubungan struktur elemen himpunan dan struktur operasi biner.
- d. Mengenali persamaan dan perbedaan struktur operasi biner dalam bentuk rumus atau tabel.
- e. Mengenali struktur pada sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers
- f. Mengenali struktur hubungan antar sifat-sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers dengan urutan kuantitatif dan logis.
- g. Mengenali struktur sifat-sifat identitas dan invers secara spontan.

14. Pokok Materi: Pokok materi yang akan diberikan dalam perkuliahan ini adalah himpunan dan operasi biner.

Materi Pembelajaran	Capaian Pembelajaran	Indikator
Struktur sifat-sifat komutatif,	4. Mengenali sifat komutatif asosiatif	4.1 Mengenali sifat komutatif pada operasi

Materi Pembelajaran	Capaian Pembelajaran	Indikator
asosiatif, identitas, invers dan hubungannya	suatu operasi biner dari struktur familiar maupun tidak familiar	biner dari struktur yang familiar <hr/> 4.2 Mengenal sifat komutatif pada operasi biner dari struktur yang familiar
	5. Mengenal struktur sifat identitas dan invers beserta hubungannya antar secara urutan kuantitas dan logis.	1.3 Mengenal struktur sifat identitas dari struktur yang familiar 1.4 Mengenal struktur sifat identitas dari struktur yang tidak familiar
	6. Mengenal struktur sifat-identitas dan invers secara spontan.	<hr/> 7.1 Mengenal struktur sifat invers dari struktur yang familiar

Materi Pembelajaran	Capaian Pembelajaran	Indikator
		7.2 Mengenali struktur sifat invers dari struktur yang tidak familiar 7.3 Mengubungkan antar sifat secara urutan kuantitas dan logis

LAMPIRAN 3: LEMBAR MATERI

LEMBAR MATERI STRUKTUR HIMPUNAN DAN STRUKTUR OPERASI BINER

Indikator:

1. Mengenali struktur elemen himpunan
2. Mengenali operasi biner dari struktur yang familiar dan tidak familiar
3. Mengenali perasamaan dan perbedaan operasi biner dari struktur bentuk rumus dan tabel

A. Pengertian Himpunan

Secara umum himpunan dapat diartikan sebagai kumpulan objek yang didefinisikan dengan jelas dan dapat dibedakan. Jadi himpunan adalah sebuah koleksi dari objek-objek yang terdefinisi dengan baik. Terdefinisi dengan baik artinya bahwa untuk sebarang objek A yang diberikan maka kita selalu dapat menentukan apakah objek A itu termasuk dalam sebuah himpunan tertentu atau tidak. Pendefinisian himpunan harus jelas, agar orang dapat

menentukan apakah suatu benda merupakan anggota himpunan yang dimaksudkan atau bukan. Selanjutnya objek-objek yang termasuk ke dalam sebuah himpunan disebut sebagai elemen atau unsur atau anggota dari himpunan itu.

1. Cara menyatakan himpunan:

a. Tabulasi (The roster method)

Metode ini mengharuskan kita untuk menyebutkan/mendaftarkan anggota-anggota himpunan satu demi satu, dan dalam penulisan tiap-tiap anggota dipisahkan oleh tanda koma (,).

Contoh 1: Himpunan A adalah himpunan bilangan asli yang kurang dari 5 maka ditulis: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

b. Dengan notasi pembentukan himpunan (The rule method)

Anggota himpunan dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan (set builder). Dalam cara ini anggota himpunan yang akan ditulis dinyatakan dengan variabel (pengganti, peubah), yang diikuti dengan tanda garis kemudian dilanjutkan dengan menyebutkan sifat-sifat atau ciri-ciri unsur himpunan. Untuk memperjelas cara ini, kita perhatikan contoh di bawah:

Contoh 2: $C = \{x \mid x \text{ adalah bilangan bulat genap dan } 0 < x < 10\}$ Maka dibaca: himpunan C adalah himpunan x

sedemikian hingga x adalah bilangan bulat genap yang berada di antara 0 dan 10.

c. Dengan menyebutkan syarat keanggotaannya

Dalam menyatakan himpunan dapat disajikan dengan cara deskripsi, yaitu menyatakan himpunan dengan kata-kata; yaitu dengan menyebutkan syarat keanggotaannya.

Contoh 3: Himpunan V adalah himpunan empat huruf vocal pertama dalam urutan abjad latin.

2. Macam-Macam Himpunan

- a. Himpunan Kosong
- b. Himpunan Semesta (Universum)
- c. Himpunan Hingga
- d. Himpunan Tak Hingga
- e. Himpunan yang anggotanya matrik
- f. Himpunan yang anggotanya fungsi
- g. Himpunan yang anggotanya bilangan bulat modulo

3. Contoh

Kerjakanlah soal berikut pada kolom titik-titik yang disediakan

1. Misalkan $B = \{x \mid x \text{ bilangan asli } >15\}$, maka B dapat ditulis dengan $B = \{\dots, \dots, 17, \dots, \dots, \dots\}$
2. $A = \{x \mid x < 5, x \notin C, C = \text{bilangan cacah}\}$, maka A dapat ditulis dengan $A = \{\dots, \dots, 2, \dots, \dots, \dots\}$
3. Himpunan C adalah himpunan penyelesaian persamaan $x^2 + 3x + 2 = 0$ dan dapat ditulis: $C = \{x \mid$

.....}

4. Himpunan bilangan ganjil positif yang lebih kecil dari 10, dapat ditulis $A = \{\dots, 3, \dots, 7, \dots\}$ atau $A = \{x \mid x = \dots < \dots\}$

5. Perhatikan fungsi linier $L = \{f: R \rightarrow R \mid f(x) = ax + b, a \neq 0\}$, maka elemen dari himpunan L adalah $= \{f(x) = ax + b, g(x) = \dots, h(x) = \dots, a \neq 0, \dots \neq 0\}$

6. Perhatikan ruang matriks $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid ad - bc \neq 0 \right\}$, maka elemen-elemen dari matriks $M = \left\{ \left(\quad \right), \left(\quad \right), \left(\quad \right), \dots, \dots \right\}$

B. Operasi Biner

Pada Himpunan bilangan, kita telah mengenal penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, pemangkatan, penarikan akar, dan penarikan logaritma, yang disebut operasi hitung pada bilangan. Operasi hitung pada bilangan adalah operasi biner.

Operasi biner dapat dipandang sebagai aturan yang mengaitkan dua elemen, padat pula dipandang sebagai suatu pemetaan, yang kedua-duanya mempunyai pengertian sama. Dalam hal ini operasi biner dipandang sebagai pemetaan.

Misalkan S suatu himpunan. Operasi biner pada S adalah aturan yang untuk setiap dua elemen S memberikan suatu hasil elemen S. lainnya. Sebagai contoh, penjumlahan adalah operasi biner pada \mathbb{R} , karena mengingat dua bilangan real,

penjumlahannya adalah bilangan real. Semua itu berarti bahwa jumlah dua bilangan real adalah bilangan real.

Penjumlahan (Addition) juga merupakan operasi biner pada \mathbb{C} , \mathbb{Q} , \mathbb{Z} dan \mathbb{N} . Demikian juga, multiplikasi adalah operasi biner pada \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} .

Contoh:

- a. Jika $(\mathbb{N}, \circ): x \circ y = x + y$, maka hasil operasinya termuat di \mathbb{N} , karena untuk setiap dua elemen yang diambil dari sembarang elemen pada \mathbb{N} maka hasil operasinya semuanya termuat di himpunan \mathbb{N} .
- b. Jika $(\mathbb{N}, \triangleright): x \triangleright y = x - y$, maka hasil operasinya apakah termuat di \mathbb{N} ?
.....
.....
- c. Jika $(\mathbb{Z}, \oplus): x \oplus y = x + y$, maka hasil operasinya apakah termuat di \mathbb{Z} ?
.....
.....
- d. Jika $(\mathbb{Z}, *) : x * y = x - y$, maka hasil operasinya apakah termuat di \mathbb{Z} ?
.....
.....
- e. Jika $(\mathbb{R}, \bullet): x \bullet y = x \times y$, maka hasil operasinya apakah termuat di \mathbb{R} ?
.....

LEMBAR MATERI
STRUKTUR SIFAT-SIFAT PADA OPERASI BINER:
KOMUTATIF, ASOSIATIF, IDENTITAS, DAN INVERS

Indikator:

1. Mengenali sifat komutatif dan asosiatif pada suatu operasi biner dari struktur familiar maupun tidak familiar.
2. Mengenali struktur sifat identitas dan invers beserta hubungannya antar secara urutan kuantitas dan logis.
3. Mengenali struktur sifat-sifat identitas dan invers secara spontan.

A. Sifat Komutatif, Asosiatif, Identitas, dan Invers

Perhatikan himpunan tak kosong G . Operasi biner pada G adalah suatu pemetaan $\circ : G \times G \rightarrow G$. Himpunan G terhadap operasi \circ , dinotasikan (G, \circ) , jika untuk semua $a, b, c \in G$ berlaku semua sifat berikut:

- 1) Sifat komutatif: $a \circ b = b \circ a$, $(a \circ b), (b \circ a) \in G$.
- 2) Sifat asosiatif: $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$.
- 3) Eksistensi elemen identitas: Terdapat $e \in G$ sehingga $a \circ e = e \circ a = a$. Selanjutnya e disebut elemen identitas di G .
- 4) Eksistensi elemen invers: Terdapat $a^{-1} \in G$ sehingga $a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$. Dalam hal ini a^{-1} disebut invers dari a .

B. Contoh-contoh

- 1) Diketahui $(\mathbb{Z}, +)$ dengan \mathbb{Z} merupakan himpunan bilangan bulat. Tunjukkan apakah $(\mathbb{Z}, +)$ memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas dan invers!

Jawab:

- a) Ambil sebarang $x, y \in \mathbb{Z}$ maka berlaku $x + y = y + x$ dan $x + y, y + x \in \mathbb{Z}$
- b) Ambil sebarang $x, y, z \in \mathbb{Z}$ maka berlaku $(x + y) + z = x + (y + z)$
- c) Misalkan e elemen identitas $e \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $e + x = x$ dan $x + e = x, \forall x \in \mathbb{Z}$, maka $e = x - x, e = 0$. Jadi elemen identitas pada himpunan \mathbb{Z} terhadap operasi $+$ adalah $0, 0 \in \mathbb{Z}$
- d) Ambil sebarang $x \in \mathbb{Z}$ maka ada invers misalkan $x^{-1} \in \mathbb{Z}$ yang berlaku $x + x^{-1} = 0$ dan $x^{-1} + x = 0$ maka $x^{-1} = 0 - x = -x, -x \in \mathbb{Z}$. Jadi elemen invers dari setiap $x \in \mathbb{Z}$ adalah $-x \in \mathbb{Z}$.

Contoh Lanjutan:

- 2) Perhatikan himpunan fungsi linear berikut

$$L = \{f : R \rightarrow R \mid f(x) = ax + b, a \neq 0\}.$$

Kita akan memeriksa apakah L terhadap operasi komposisi memenuhi sifat komutatif, asosiatif, mempunyai elemen identitas, dan invers? Tunjukkan!

Jawab:

Misalkan $f = ax + b, g = cx + d, h = ex + f \in L$

dengan a, c, e semuanya tidak nol, maka:

$$a) \quad fog = (ax + b) \circ (cx + d) = a(cx + d) + b = (ac)x + (d + b)$$

$$\quad \quad \quad gof = (cx + d) \circ (ax + b) = c(ax + b) + d \\ = (ca)x + (b + d)$$

Karena $ac = ca$ dan $d + b = b + d$, maka $(ac)x + (d + b) = (ca)x + (b + d)$ sehingga $fog = gof$. Jadi (L, \circ) berlaku sifat komutatif.

$$b) \quad \text{Perhatikan bahwa } fog = (ac)x + (d + b)$$

$$\text{maka } (f \circ g) \circ h = (ac)h + (ad + b) = (ace)x + (acf + ad + b)$$

$$\text{Sementara itu } g \circ h = (ce)x + (cf + d), \text{ sehingga} \\ f \circ (g \circ h) = a(ce)x + cf + d + b = (ace)x + (acf + ad + b)$$

$$\text{Jadi dari hasil di atas menunjukkan bahwa } f \circ (g \circ h) \\ = f \circ (g \circ h)$$

Memenuhi sifat asosiatif

$$c) \quad \text{Perhatikan misalkan elemen identitasnya } i = p \in L, \\ \text{sedemikian sehingga } f \circ i = f = i \circ f \quad \forall f \in L$$

$$(i) \quad f \circ i = f \rightarrow (ax + b) \circ p = (ax + b) \rightarrow ap + b = \\ ax + b \rightarrow ap = ax + b - b \rightarrow p = ax/a = x, \quad \text{jadi}$$

elemen identitas nya adalah $x \quad \forall f \in L$

$$(ii) \quad i \circ f = f \circ i \rightarrow \text{karena berlaku sifat komutatif,} \\ \text{jadi elemen identitas nya adalah } i = p = x \quad \forall f \in L$$

$$d) \quad \text{Perhatikan bahwa } f' = \frac{x-b}{a} \text{ yang memenuhi } f \circ f' = \\ i = f' \circ f. \text{ Jadi } \quad \forall f \in L \quad \exists f' \in L \quad \exists f \circ f' = i =$$

$f' \circ f$. Jadi setiap elemen di L mempunyai inversnya.

3) Perhatikan himpunan hingga $K = \{a,b,c\}$. Selanjutnya, didefinisikan bahwa

a) $a \circ a = a$; $a \circ b = b$; $a \circ c = c$

b) $b \circ a = b$; $b \circ b = c$; $b \circ c = a$

c) $c \circ a = c$; $c \circ b = a$; $c \circ c = b$

Jawab:

Dalam bentuk diagram diperoleh sebagai berikut:

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

i) memenuhi sifat komutatif, karena dari hasil pada tabel menunjukkan : $b \circ a = a \circ b = b$; ; $a \circ c = c \circ a = c$; $b \circ c = c \circ b = a$

ii) memenuhi sifat asosiatif, karena dari hasil pada tabel menunjukkan : $(c \circ b) \circ a = a \circ a = a$
 $c \circ (b \circ a) = c \circ b = a$

Jadi $(c \circ b) \circ a = c \circ (a \circ b)$, maka memenuhi sifat komutatif

iii) elemen identitasnya adalah a, karena $a \circ b = b$ dan $b \circ a = b$; $a \circ c = c \circ a = c$; $a \circ a = a \circ a = a$.

iv) karena elemen identitasnya a, maka elemen invers a adalah a; elemen identitasnya b adalah c; elemen identitasnya c adalah b

$a \circ a = a \circ a = a$ dan $b \circ c = c \circ b = a$, a = elemen identitas.

KESIMPULAN:

.....

.....

.....

.....

.....

$H^{-1} = \{a \in G \mid a = h^{-1}, h \in H\}$, maka elemen-elemen dari himpunan $H * K$ dan H^{-1} adalah.....

.....

Diketahui $\mathbb{Z} =$ himpunan bilangan bulat, Operasi biner pada \mathbb{Z} adalah operasi penjumlahan (+). Misalkan $6\mathbb{Z} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ sebagai himpunan bilangan bulat modulo enam. Operasi biner pada $6\mathbb{Z}$ adalah penjumlahan modulo enam, apakah hasil operasinya termuat semua pada himpunan $6\mathbb{Z}$?

Lengkapilah tabel dalam bentuk Tabel Cayley berikut;

\oplus_6	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$			$\bar{3}$		$\bar{5}$
$\bar{1}$			$\bar{3}$			$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$				$\bar{0}$	
$\bar{3}$		$\bar{4}$			$\bar{1}$	
$\bar{4}$			$\bar{0}$	$\bar{1}$		
$\bar{5}$			$\bar{1}$		$\bar{3}$	

5. Misalkan \mathbb{Q} adalah himpunan bilangan rasional, dan misalkan $G = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$. Operasi biner pada G adalah penjumlahan, selidiki apakah semua hasil operasinya termuat di G !

.....

.....

.....

LEMBAR KERJA MAHASISWA KE-2 (LKM-2)

Kerjakanlah soal berikut, dengan mengisi pada bagian titik-titik yang telah disediakan!

1. Jika $Q^* = \{p/q \mid p \text{ dan } q \text{ tidak nol dalam } \mathbb{Z}\}$, maka elemen-elemen yang termuat di Q^* adalah

2. Diketahui $S = \{3^k \mid k \in \mathbb{Z}, \mathbb{Z} = \text{bilangan bulat}\}$, maka elemen-elemen yang termuat di S adalah

3. Diketahui:

$K = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & k+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid k \in \mathbb{Z}, \mathbb{Z} = \text{bilangan bulat positif} \right\}$, maka elemen-elemen yang termuat di K adalah

4. Misalkan $R^{*2} = \{(a, b) \in R^2 \mid a \neq 0 \text{ dan } b \neq 0\}$. Didefinisikan operasi multiplikasi pada R^{*2} dengan $(a, b)(c, d) = (ac, bd)$. Jadi elemen-elemen yang termuat di R^{*2} adalah

5. Diketahui (M, \circ) di mana $M = \{e, a, b, c\}$ dan operasi \circ didefinisikan seperti pada tabel (i), tentukan apakah semua hasil operasi dari operasi \circ termuat di dalam himpuna M ? Jelaskan dan tunjukkan!

Tabel (i)

Jawab:

\circ	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	b	c	e
b	b	c	e	a
c	c	e	a	b

6. Diberikan $(L, *)$, di mana L adalah himpunan semua bilangan rasional positif, didefinisikan bahwa $x * y = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy$, tunjukkan apakah hasil operasi $*$ termuat di L !
-

LEMBAR KERJA MAHASISWA KE-3 (LKM-3)

1. Jika $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$, maka elemen-elemen dari himpunan $\mathbb{Q} = \{ \dots, \dots, \dots, \dots, \dots \}$

2. R^2 dimaksudkan himpunan semua pasangan berurutan dari bilangan real, $S = \{ (a, b) \in R^2 \mid 2a - 3b = 0 \}$. Jadi elemen-elemen yang termuat pada himpunan S adalah
.....
.....

3. Diketahui $A = \{ 6m \mid m \text{ dalam } \mathbb{Z} \}$, maka elemen-elemen yang termuat dalam himpunan A berbentuk $A = \{ \dots \}$
.....

4. Jika $(\mathbb{Z}, \oplus) \ni x \oplus y = x + y - 4$, maka hasil operasinya dari setiap dua elemen dari \mathbb{Z} apakah termuat juga di dalam himpunan \mathbb{Z} ? Tunjukkan!
.....
.....

5. Jika $(\mathbb{R}, \otimes) \ni x \otimes y = 5x - 6y$, maka hasil operasinya dari setiap dua elemen dari \mathbb{R} apakah termuat juga di dalam himpunan \mathbb{R} ?

.....

 6. Jika $(\mathbb{R}, \circ): x \circ y = x^y$, maka hasil operasinya dari setiap dua elemen dari \mathbb{R} apakah termuat juga di dalam himpunan \mathbb{R} ?

7. Diketahui $(K, *)$ di mana $K = \{X, Y, XY, N\}$ dan $*$ didefinisikan pada tabel (ii). Lengkapilah semua hasil operasi $*$ di dalam himpunan M pada tabel (ii)

Tabel (ii)

Jawab:

*	N	X	Y	XY
N		X		
X				Y
Y		XY		
XY				N

LEMBAR KERJA MAHASISWA KE-4 (LKM-4)

Kerjakan soal berikut pada kolom jawaban dengan lengkap dan jelas!

- 1) Perhatikan himpunan $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Jelas bahwa (\mathbb{R}^*, \times) . Tunjukkan himpunan (\mathbb{R}^*, \times) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, invers, dimana \times adalah perkalian biasa di bilangan real.

Jawab:

- 2) Perhatikan himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} . Didefinisikan: $a \oplus b = a + b + 2$ untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}$. Tunjukkan bahwa (\mathbb{Z}, \oplus) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!.

Jawab:

- 3) Misalkan $R^{*2} = \{(a, b) \in R^2 \mid a \neq 0 \text{ dan } b \neq 0\}$.
Didefinisikan operasi perkalian pada R^{*2} dengan
 $(a, b)(c, d) = (ac, bd)$. Tunjukkan bahwa R^{*2} terhadap
operasi perkalian memenuhi sifat komutatif, asosiatif,
identitas, dan invers!.

Jawab:

LEMBAR KERJA MAHASISWA KE-5 (LKM-5)

Kerjakan soal berikut ini pada kolom jawaban dengan lengkap dan jelas!

- 1) Perhatikan himpunan $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$. Operasi penjumlahan didefinisikan dengan aturan $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$. Tunjukkan bahwa \mathbb{Q} terhadap operasi penjumlahan memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, Dan invers!

Jawaban:

- 2) Jika $(\mathbb{Z}, \oplus) \ni x \oplus y = x + y - 4$, maka tunjukkan bahwa (\mathbb{Z}, \oplus) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

Jawaban:

- 3) Perhatikan tabel berikut didefinisikan operasi penjumlahan modulo enam tunjukkan bahwa pada himpunan $P = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$ memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas dan inver!

\oplus_6	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$

Jawaban:

LEMBAR KERJA MAHASISWA KE-6 (LKM-6)

Kerjakan soal berikut pada kolom jawaban dengan lengkap dan jelas!

- 1) Diberikan $(L,*)$, di mana L adalah himpunan semua bilangan rasional positif, didefinisikan bahwa $x * y = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy$, tunjukkan apakah $(L,*)$ memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

Jawab:

- 2) Jika $(\mathbb{R}, \otimes) \ni x \otimes y = 5x - 6y$, maka tunjukkan bahwa (\mathbb{R}, \otimes) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

3) Diketahui operasi $*$ pada tabel berikut:

*	N	X	Y	XY
N	N	X	Y	XY
X	X	N	XY	Y
Y	Y	XY	N	X
XY	XY	Y	X	N

Tunjukkan bahwa $K = \{N, X, Y, XY\}$ terhadap operasi $*$ memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

Jawaban:

LAMPIRAN 5: KUNCI JAWABAN LKM

KUNCI JAWABAN LKM-2

Kerjakanlah soal berikut, dengan mengisi pada bagian titik-titik yang telah disediakan!

1. Jika $Q^* = \{p/q \mid p \text{ dan } q \text{ tidak nol dalam } \mathbb{Z}\}$, maka elemen-elemen yang termuat di Q^* adalah $\left\{\frac{p}{q}, \frac{a}{b}, \frac{x}{y}, \dots\right\}$ dengan p, a, x dalam \mathbb{Z} , dan q, b, y tidak nol dalam \mathbb{Z}
2. Diketahui $S = \{3^k \mid k \in \mathbb{Z}, \mathbb{Z} = \text{bilangan bulat}\}$, maka elemen-elemen yang termuat di S adalah $\{3^0, 3^1, \dots, 3^k\}$ dengan $k \in \mathbb{Z}$
3. Diketahui: $K = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & k+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid k \in \mathbb{Z}, \mathbb{Z} = \text{bilangan bulat}\right\}$, maka tuliskan dengan syarat keanggotaan dari elemen-elemen yang termuat di K adalah $\left\{\begin{pmatrix} 1 & k+1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid k \in \mathbb{Z}, \mathbb{Z} = \text{bilangan bulat}\right\}$
4. Misalkan $R^{*2} = \{(a, b) \in R^2 \mid a \neq 0 \text{ dan } b \neq 0\}$. Didefinisikan operasi multiplikasi pada R^{*2} dengan $(a, b)(c, d) = (ac, bd)$. Jadi hasil operasi dari elemen di R^{*2} , jawab: ambil sebarang $(a, b), (c, d) \in R^2$, maka $(a, b)(c, d) = (ac, bd)$, $(ac, bd) \in R^2, ac \neq 0, bd \neq 0$
Jadi hasil operasi elemennya termuat di R^{*2} .

5. Diketahui (M, \circ) dimana $M = \{e, a, b, c\}$ dan operasi \circ didefinisikan seperti pada tabel (i), tentukan apakah semua hasil operasi dari operasi \circ termuat di dalam himpuna M ? Jelaskan dan tunjukkan!

Jawab: Karena semua elemen hasil operasi termuat di M , maka hasil operasi termuat di himpunan M

Tabel (i)

\circ	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	b	c	e
b	b	c	e	a
c	c	e	a	b

6. Diberikan $(L, *)$, di mana L adalah himpunan semua bilangan rasional positif, didefinisikan bahwa $x * y = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy$, tunjukkan apakah hasil operasi $*$ termuat di L ! Jawab: ambil sembarang $x, y \in L$, maka $x * y = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy$, dan $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy \in L$. Jadi hasil operasi termuat di L

KUNCI JAWABAN LKM-3

1. Jika $Q = \{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$, maka elemen-elemen dari himpunan $Q = \{\frac{a}{b}, \frac{k}{l}, \frac{p}{q}, \frac{x}{y}, \dots\}$ $a, b, k, l, p, q, x, y \in \mathbb{Z}$
2. R^2 dimaksudkan himpunan semua pasangan berurutan dari bilangan real $S = \{(a, b) \in R^2 | 2a - 3b = 0\}$. Jadi elemen-elemen yang termuat pada himpunan S adalah $\{(a, b), (m, n), (r, s), \dots\}$ dengan $a, b, m, n, r, s \in R^2 \ni 2a - 3b = 0, 2m - 3n = 0, 2r - 3s = 0$
3. Diketahui $A = \{6m | m \in \mathbb{Z}\}$, maka elemen-elemen yang termuat dalam himpunan A berbentuk $A = \{6m, 6n, 6p, \dots\}$ dengan $m, n, p \in \mathbb{Z}$.
4. Jika $(\mathbb{Z}, \oplus) \ni x \oplus y = x + y - 4$, maka hasil operasinya dari setiap dua elemen dari \mathbb{Z} apakah termuat juga di dalam himpunan \mathbb{Z} ? Tunjukkan!
Jawab: ambil sebarang $x, y \in \mathbb{Z}$, maka $x \oplus y = x + y - 4$, dengan $x + y \in \mathbb{Z}$ sehingga $x + y - 4 \in \mathbb{Z}$. Jadi hasil operasi termuat di \mathbb{Z}
5. Jika $(\mathbb{R}, \otimes) \ni x \otimes y = 5x - 6y$, maka hasil operasinya dari setiap dua elemen dari \mathbb{R} apakah termuat juga di dalam himpunan \mathbb{R} ?
Jawab: Ambil sembarang $x, y \in \mathbb{R}$, maka $x \otimes y = 5x - 6y$, $5x \in \mathbb{R}, 6y \in \mathbb{R}$ sehingga $5x - 6y \in \mathbb{R}$, Jadi hasil operasinya semua termuat di \mathbb{R} .

6. Jika $(\mathbb{R}, \circ): x \circ y = x^y$, maka hasil operasinya dari setiap dua elemen dari \mathbb{R} apakah termuat juga di dalam himpunan \mathbb{R} ?

Jawab: ambil sembarang $x, y \in \mathbb{R}$, maka $x \circ y = x^y, x^y \in \mathbb{R}$. Jadi hasil operasi semua elemen di \mathbb{R} termuat di dalam himpunan \mathbb{R} .

7. Diketahui $(K, *)$ di mana $K = \{X, Y, XY, N\}$ dan $*$ didefinisikan pada tabel (ii). Lengkapilah semua hasil operasi $*$ di dalam himpunan M !

Jawab:

Tabel (ii)

*	N	X	Y	XY
N	N	X	Y	XY
X	X	N	XY	Y
Y	Y	XY	NX	X
XY	XY	Y	X	N

KUNCI JAWABAN LKM-4

Kerjakan soal berikut pada kolom jawaban dengan lengkap dan jelas!

- 1) Perhatikan himpunan $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Jelas bahwa (\mathbb{R}^*, \times) . Tunjukkan himpunan (\mathbb{R}^*, \times) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, invers, dimana \times adalah perkalian biasa di bilangan real.

Jawab: pilih sebarang $x, y \in \mathbb{R}^*$

- a) Sifat komutatif dapat menunjukkan bahwa: $x \times y = y \times x \in \mathbb{R}^*$
- b) Sifat asosiatif dapat ditunjukkan bahwa: $x \times (y \times z) = (x \times y) \times z \in \mathbb{R}^*$
- c) Misalkan elemen identitasnya adalah $i, i \in \mathbb{R}^*$, sehingga $x \times i = i \times x = x$, diperoleh $i = \frac{x}{x} = 1$. jadi elemen identitasnya adalah $\forall 1 \in \mathbb{R}^*$
- d) Misalkan elemen inversnya $x^{-1} \in \mathbb{R}^*$ dan karena $i=1$ sehingga $x \times x^{-1} = 1$, diperoleh $x^{-1} = \frac{1}{x}$, untuk setiap $x \in \mathbb{R}^*$.

- 2) Perhatikan himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} . Definisikan: $a \oplus b = a + b + 2$, untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}$. Tunjukkan bahwa (\mathbb{Z}, \oplus) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!.

Jawab:

- a) Sifat komutatif dapat menunjukkan bahwa: $a \oplus b = a + b + 2 \in \mathbb{Z}$.
- b) Sifat asosiatif dapat ditunjukkan bahwa: $a \oplus (b \oplus c) = a + (b + c + 2) + 2 = a + b + c + 4 \in \mathbb{Z}$

\mathbb{Z} . dan $(a \oplus b) \oplus c = (a + b + 2) + c + 2 = a + b + c + 4 \in \mathbb{Z}$.

- c) Misalkan elemen identitasnya adalah $i, i \in \mathbb{Z}$, sehingga $a \oplus i = a$, maka $a + i + 2 = a$, diperoleh $i = -2$. jadi elemen identitasnya adalah $-2 \forall a \in \mathbb{Z}$. Begitu juga $i \oplus a = a$, maka $i + a + 2 = a$, diperoleh $i = -2$.

Jadi elemen identitasnya $i = -2 \forall a \in \mathbb{Z}$.

- d) Misalkan elemen inversnya $x^{-1} \in \mathbb{Z}$ dan karena $i=-2$ sehingga :

$x \oplus x^{-1} = -2$, diperoleh $x + x^{-1} - 2 = -2$, $x^{-1} = -x$ untuk setiap $x \in \mathbb{Z}$

$x^{-1} \oplus x = -2$, diperoleh $x^{-1} + x - 2 = -2$, $x^{-1} = -x$ untuk setiap $x \in \mathbb{Z}$

Jadil elemen inversnya $x^{-1} = -x$ untuk setiap $x \in \mathbb{Z}$.

- 3) Misalkan $R^{*2} = \{(a, b) \in R^2 \mid a \neq 0 \text{ dan } b \neq 0\}$. Didefinisikan operasi multiplikasi pada R^{*2} dengan $(a, b) (c, d) = (ac, bd)$. Tunjukkan bahwa R^{*2} terhadap operasi perkalian memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!.

Jawab:

pilih sebarang $(a, b), (c, d), (k, l) \in R^{*2}$ dan $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0,$

$$k \neq 0, l \neq 0$$

- a) Sifat komutatif dapat ditunjukkan dengan:

$$(a, b) (c, d) = (ac, bd) \text{ dan } (c, d) (a, b) = (ca, db).$$

Karena $ac = ca$ dan $bd = db$, maka $(a, b)(c, d) = (c, d)(a, b)$

b) Sifat asosiatif dapat ditunjukkan dengan:

$$(a, b) [(c, d)(k, l)] = (a, b)(ck, dl) = (ack, bdl)$$

.....(1) dan

$$[(a, b)(c, d)](k, l) = (ac, bd)(k, l) = (ack, bdl)$$

.....(2)

Dari hasil (1) dan (2) maka $(a, b) [(c, d)(k, l)] = [(a, b)(c, d)](k, l)$

c) Misalkan elemen identitasnya $(i, i) \in R^{*2}$, sehingga:

$(a, b)(i, i) = (a, b)$, maka $(ai, bi) = (a, b)$, diperoleh

$$(i, i) = \left(\frac{a}{a}, \frac{b}{b}\right) = (1, 1) \text{ . jadi elemen identitasnya}$$

adalah $(1, 1) \quad \forall (a, b) \in R^{*2}$. Begitu juga $(i, i)(a, b) =$

(a, b) , maka $(ia, ib) = (a, b)$, diperoleh $(i, i) =$

$$\left(\frac{a}{a}, \frac{b}{b}\right) = (1, 1)$$

Jadi elemen identitasnya $(i, i) = (1, 1) \forall a \in R^{*2}$

e) Misalkan elemen inversnya $(a^{-1}, b^{-1}) \in R^{*2}$ dan karena $(i, i) = (1, 1)$ sehingga :

$$(a, b)(a^{-1}, b^{-1}) = (1, 1), \text{ diperoleh } aa^{-1} = 1, a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ dan}$$

$$bb^{-1} = 1, b^{-1} = \frac{1}{b} \text{ untuk setiap } (a, b) \in R^{*2} \text{(1) dan}$$

$$(a^{-1}, b^{-1})(a, b) = (1, 1), \text{ diperoleh } a^{-1}a = 1, a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ dan}$$

$$b^{-1}b = 1, b^{-1} = \frac{1}{b} \text{ untuk setiap } (a, b) \in R^{*2} \text{(2)}$$

Dari hasil (1) dan (2), maka elemen invers dari $\forall (a, b) \in R^{*2}$ ada $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right) \in R^{*2}$.

KUNCI JAWABAN LKM-5

Kerjakan soal berikut pada kolom jawaban dengan lengkap dan jelas!

- 4) Perhatikan himpunan $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$. Operasi penjumlahan didefinisikan dengan aturan $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$, $c, d \in \mathbb{Z}$ $d \neq 0$. Tunjukkan bahwa \mathbb{Q} terhadap operasi penjumlahan memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, Dan invers!

Jawab: pilih sembarang $a, b, c, d, x, y \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, $y \neq 0$

- a) Berlaku sifat komutatif: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$; $\frac{c}{d} + \frac{a}{b} = \frac{da+cb}{db}$; maka

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

- b) Berlaku sifat asosiatif: $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) + \frac{x}{y} = \frac{ady+bcy+bdx}{bdy}$; $\frac{a}{b} +$

$$\left(\frac{c}{d} + \frac{x}{y} \right) = \frac{qdy+bcy+bdx}{bdy}$$

- c) Misalkan elemen identitas= $i \in \mathbb{Q}$ sehingga $\frac{a}{b} + i = \frac{a}{b}$, maka

$$i = \frac{a}{b} - \frac{a}{b} = 0 = \frac{0}{b}$$

$$i + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}, \text{ maka } i = \frac{a}{b} - \frac{a}{b} = 0 = \frac{0}{b}$$

jadi elemen identitasnya adalah $\frac{0}{b}$ berlaku untuk setiap elemen di $(\mathbb{Q}, +)$

- d) Misalkan elemen inversnya= $\left(\frac{x}{y} \right)^{-1}$ dapat ditunjukkan

sebagai berikut. Karena elemen identitasnya 0 atau $\frac{0}{b}$

sehingga $\left(\frac{x}{y} \right)^{-1} + \frac{x}{y} = \frac{0}{b}$; maka $\left(\frac{x}{y} \right)^{-1} = \frac{0}{b} - \frac{x}{y} = \frac{-bx}{by} = \frac{-x}{y}$, dan $\frac{x}{y} +$

$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{0}{b'}$ maka $\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{0}{b} - \frac{x}{y} = \frac{-bx}{by} = \frac{-x}{y}$. Jadi elemen inversnya adalah $\frac{-x}{y}$, untuk setiap $\frac{x}{y} \in \mathbb{Q}$

- 5) Jika $(\mathbb{Z}, \oplus) \ni x \oplus y = x + y - 4$, maka tunjukkan bahwa (\mathbb{Z}, \oplus) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

Jawab: pilih sebarang $x, y \in \mathbb{Z}$

- a) Memenuhi sifat komutatif dapat ditunjukkan $x \oplus y = x + y - 4$ dan $y \oplus x = y + x - 4$, ternyata nilainya sama $x \oplus y = y \oplus x, \forall x, y \in \mathbb{Z}$

- b) Memenuhi sifat asosiatif dapat ditunjukkan: $x \oplus (y \oplus z) = x + (y + z - 4) - 4 = x + y + z - 8$; dan $(x \oplus y) \oplus z = (x + y - 4) + z - 4 = x + y + z - 8$.

Ternyata $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z = x + y + z - 8$. Jadi (\mathbb{Z}, \oplus) memenuhi sifat asosiatif.

- c) Misalkan elemen identitasnya $=i, i \in \mathbb{Z}$ sehingga $i \oplus y = y$ maka $i + y - 4 = y$ diperoleh $i = y - y + 4 = 4$; dan $y \oplus i = y$, maka $y + i - 4 = y$ diperoleh $i = y - y + 4 = 4$. Jadi elemen identitasnya adalah 4 untuk setiap elemen $y \in \mathbb{Z}$.

- d) Misalkan elemen invers x adalah $x^{-1} \in \mathbb{Z}$, karena $i=4$ sehingga:

$$x \oplus x^{-1} = 4, \quad \text{maka} \quad x + x^{-1} - 4 = 4, \quad \text{diperoleh} \\ x^{-1} = 8 - x \dots (1)$$

$$x^{-1} \oplus x = 4, \quad \text{maka} \quad x^{-1} + x - 4 = 4, \quad \text{diperoleh} \\ x^{-1} = 8 - x \dots (2)$$

Dari hasil (1) dan (2) diperoleh $\forall x \in \mathbb{Z} \exists x^{-1} = 8 - x \ni x \oplus x^{-1} = x^{-1} \oplus x = 4$.

- 6) Perhatikan tabel berikut didefinisikan operasi penjumlahan modulo enam tunjukkan bahwa pada himpunan $P = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$ memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas dan inver!

\oplus_6	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$

Jawab:

- a) Karena setiap dua elemen terhadap operasi penjumlahan modulo enam berlaku sama nilainya dengan kebalikannya, maka berlaku sifat komutatif seperti penjabaran sebagai berikut
 $\bar{5} \oplus_6 \bar{0} = \bar{0} \oplus_6 \bar{5} = \bar{5} \quad ; \quad \bar{2} \oplus_6 \bar{3} = \bar{3} \oplus_6 \bar{2} = \bar{5}$
- b) Berlaku sifat asosiatif dapat ditunjukkan sebagai berikut:
 $\bar{2} \oplus_6 (\bar{4} \oplus_6 \bar{1}) = (\bar{2} \oplus_6 \bar{4}) \oplus_6 \bar{1} = \bar{1}$
- c) Elemen identitasnya adalah $\bar{0}$ karena $\bar{0} \oplus_6 \bar{3} = \bar{3} \oplus_6 \bar{0} = \bar{3}$
- d) Elemen inversnya $\bar{3}$ adalah $\bar{3}$; $\bar{2}$ inversnya $\bar{4}$; $\bar{5}$ inversnya $\bar{1}$; $\bar{0}$ inversnya $\bar{0}$.

KUNCI JAWABAN LKM-6

Kerjakan soal berikut pada kolom jawaban dengan lengkap dan jelas!

- 1) Diberikan $(L,*)$, di mana L adalah himpunan semua bilangan rasional positif, didefinisikan bahwa $x * y = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy$, tunjukkan apakah $(L,*)$ memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

Jawab:

a) $x * y = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy$ dan $y * x = \frac{y}{2} + \frac{x}{2} + yx$,
 karena $xy=yx$ dan $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{y}{2} + \frac{x}{2}$ maka $x * y = y * x$.

Jadi $(L,*)$ memenuhi sifat komutatif.

b) $(x * y) * z = (\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy) * z = \frac{\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy}{2} + \frac{z}{2} + (\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy)z =$

$$\frac{x+y+2xy+2z+(x+y+2xy)2z}{4} \dots\dots\dots(1)$$

$x * (y * z) = x * (\frac{y}{2} + \frac{z}{2} + yz) = \frac{x}{2} + \frac{\frac{y}{2} + \frac{z}{2} + yz}{2} + x(\frac{y}{2} + \frac{z}{2} + yz) =$

$$\frac{2x+y+z+2yz+2x(y+z+2yz)}{4} \dots\dots\dots(2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) hasilnya tidak sama. Jadi tidak berlaku sifat asosiatif

- c) Misalnya elemen identitasnya $= x \in L$, sehingga

$x * y = y$

Maka $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + xy = y \rightarrow x(1 + 2y) = y \rightarrow x =$

$\frac{y}{1+2y} \dots\dots\dots(1)$

$$\text{Jika } y * x = y \rightarrow \frac{y}{2} + \frac{x}{2} + yx = y \rightarrow x = \frac{y}{1+2y}$$

.....(2)

Karena dari persamaan (1) dan (2) sama nilainya, maka $x * y = y = y * x$

Jadi elemen identitasnya adalah $i = \frac{y}{1+2y}$

d) Misalkan elemen inversnya x adalah x^{-1} sedemikian

sehingga $x * x^{-1} = i = \frac{y}{1+2y}$, maka $\frac{x}{2} + \frac{x^{-1}}{2} +$

$$xx^{-1} = \frac{y}{1+2y} \dots \text{diperoleh } x^{-1} = \frac{2y-x(1+2y)}{(1+2y)(1+2x)} \dots (1)$$

Selanjutnya untuk $x^{-1} * x = i = \frac{y}{1+2y}$, diperoleh $x^{-1} =$

$$\frac{2y-x(1+2y)}{(1+2y)(1+2x)} \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) maka $\forall x \in L \exists x^{-1} =$

$$\frac{2y-x(1+2y)}{(1+2y)(1+2x)} \in L$$

2) Jika $(\mathbb{R}, \otimes) \ni x \otimes y = 5x - 6y$, maka tunjukkan bahwa (\mathbb{R}, \otimes) memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

a) $x \otimes y = 5x - 6y \dots (1)$

$y \otimes x = 5y - 6x \dots (2)$

Dari persamaan (1) dan (2) $x \otimes y \neq y \otimes x$. Jadi tidak memenuhi sifat komutatif

b) $(x \otimes y) \otimes z = 5(5x - 6y) - 6z = 25x - 30y - 6z$

$\dots (1)$

$x \otimes (y \otimes z) = 5x - 6(5y - 6z) = 5x - 30y + 36z \dots (2)$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh nilai yang tidak sama, maka tidak memenuhi sifat asosiatif

- c) Misalkan elemen identitasnya $= i = x \in \mathbb{R}$ sehingga $x \otimes y = y$ maka

$$5x - 6y = y \rightarrow x = \frac{7y}{5} \dots\dots(1)$$

$$y \otimes x = y \rightarrow 5y - 6x = y \rightarrow x = \frac{-4y}{-6} = \frac{2y}{3} \dots\dots\dots(2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh hasil yang tidak sama, jadi tidak mempunyai elemen identitas

- d) Misalkan elemen invers dari x adalah $x^{-1} \in \mathbb{R}$ sehingga $x \otimes x^{-1} = i$, padahal tidak memiliki elemen identitas, dengan demikian untuk setiap elemen di \mathbb{R} tidak mempunyai invers.

- 3) Diketahui operasi $*$ pada tabel berikut:

*	N	X	Y	XY
N	N	X	Y	XY
X	X	N	XY	Y
Y	Y	XY	N	X
XY	XY	Y	X	N

Tunjukkan bahwa $K = \{N, X, Y, XY\}$ terhadap operasi $*$ memenuhi sifat komutatif, asosiatif, identitas, dan invers!

Jawaban:

- a) Memenuhi sifat komutatif karena $N * X = X * N = X$;
 $N * Y = Y * N = Y$; $N * XY = XY * N = XY$; $X * Y = Y * X = XY$;
 $X * XY = XY * X = Y$; $Y * XY = XY * Y = X$

- b) Memenuhi sifat asosiatif karena $N*(X*Y)=N*XY=XY$
dan $(N*X)*Y= X*Y=XY$
- c) Karena $N*X=X*N=X$; $N*Y=Y*N=Y$; $N*XY=XY*N=XY$,
berarti elemen identitasnya adalah N,
- d) Elemen invers dari X misalnya $X^{-1} \in \mathbb{R}$ sedemikian
sehingga $X * X^{-1} = X^{-1} * X = i=N$

Jadi elemen invers N adalah N, elemen invers X
adalah X^{-1} , invers Y adalah Y^{-1} , elemen nvers dari XY
adalah $(XY)^{-1}$. Jadi elemen invers dari setiap elemen di \mathbb{R}