

## **PROFIL LAPISAN PEMAHAMAN KONSEP BARISAN DAN DERET BERDASAR TEORI PIRIE KIEREN**

Asih<sup>1</sup>), Nur Rohman<sup>2</sup>), Anita Dewi Utami<sup>3</sup>)

<sup>1</sup>Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, IKIP PGRI Bojonegoro  
email : asihhidayah280499@gmail.com

<sup>2</sup>Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, IKIP PGRI Bojonegoro  
email : nur\_rohman@ikippgribojonegoro.ac.id

<sup>3</sup>Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, IKIP PGRI Bojonegoro  
email : anitadewiutami28@gmail.com

### ***Abstract***

*Understanding is an absolute requirement that must be achieved by each student to improve their cognitive abilities. Laying the level of understanding of concepts is one way that a teacher can do in implementing appropriate learning strategies. This study aims to describe the profile of the understanding of the layers and series concepts based on the theory of pirie kieren in class VIII students of SMP Muhammadiyah 2 Bojonegoro. The method used in this study is a qualitative research method. Subjects in this study were 28 students. Twenty-eight subjects were given test questions, then 16 selected subjects were taken with each layer of understanding represented by two subjects to be interviewed. To ensure the validity of the data, researchers analyzed the data in two ways: triangulation of data sources and triangulation of methods. The results showed a description of each layer of student understanding in understanding the concepts of sequences and sequences.*

*Keywords: concept understanding, piere kieren's theory, rows and series*

### ***Abstrak***

*Pemahaman merupakan syarat mutlak yang harus dicapai oleh masing-masing siswa untuk meningkatkan kemampuan kognitifnya. Pelapisan tingkat pemahaman konsep merupakan salah satu cara yang dapat dilakukan seorang guru dalam menerapkan strategi pembelajaran yang tepat. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan profil lapisan pemahaman konsep barisan dan deret berdasar teori pirie kieren pada siswa kelas VIII SMP Muhammadiyah 2 Bojonegoro. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kualitatif. Subjek dalam penelitian ini berjumlah 28 siswa. Kedua puluh delapan subjek tersebut diberikan soal tes, kemudian diambil 16 subjek terpilih dengan masing-masing lapisan pemahaman diwakili dua subjek untuk diwawancarai. Untuk memastikan kevalidan data, peneliti menganalisis data dengan dua cara yaitu triangulasi sumber data dan triangulasi metode. Hasil penelitian menunjukkan deskripsi masing-masing lapisan pemahaman siswa dalam memahami konsep barisan dan deret.*

*Kata kunci: pemahaman konsep, teori piere kieren, barisan dan deret*

## PENDAHULUAN

Sebaiknya dihindari pengorganisasian penulisan ke dalam “anak sub-judul” pada bagian ini. Namun, jika tidak bisa dihindari, cara penulisannya dapat dilihat pada bagian “Hasil dan Pembahasan”. Pendidikan di era globalisasi ini, menuntut siswa agar mampu memahami konsep apapun yang diberikan oleh guru. Pemahaman menurut Rusman (2010:139) adalah proses individu menerima dan memahami informasi yang diperoleh dari pembelajaran yang didapat melalui perhatian. Sementara pengertian konsep menurut Wardhani (2008: 9) merupakan suatu ide abstrak yang menjadi dasar suatu penggolongan atau sebuah pengertian yang mendasari suatu pengetahuan. Jadi, pemahaman konsep adalah kemampuan bersikap, berpikir dan bertindak yang ditunjukkan oleh siswa dalam memahami definisi kemampuan dalam memilih prosedur tepat dalam menyelesaikan masalah Yunuka (2016). Akan lebih baik lagi, apabila siswa dapat memberikan contoh tentang apa yang dia pelajari dengan permasalahan-permasalahan yang ada disekitarnya (Anas, 2009: 50).

Setiap siswa memiliki cara berbeda dalam memahami sebuah konsep. Sebuah konsep dimiliki sesuai dengan pemahaman yang telah didapatkan, inilah yang membuat pemikiran begitu beragam. Sejalan dengan hal ini, Utami, dkk (2019) mengungkapkan, salah satu hal yang menarik dalam proses belajar matematika adalah cara siswa membangun konsep dan menghubungkan satu konsep dengan yang lain untuk membangun pengetahuan. Ketika siswa ingin membangun konsep dengan menghubungkan konsep-konsep lain, ada perubahan konseptual dalam pikiran mereka.

Pemahaman konsep dalam penelitian ini adalah pemahaman konsep matematika. Mengingat matematika merupakan dasar

dari segala ilmu pengetahuan yang ada, maka pemahaman konsep matematika mutlak harus dimiliki. Hal ini sesuai dengan yang diungkapkan oleh Zulkardi (2003:7) mata pelajaran matematika menekankan pada konsep. Rohman (2017: 172-182) menyatakan bahwa matematika sebagai ilmu dasar yang mempunyai peran yang sangat penting sebagai upaya untuk penguasaan ilmu pengetahuan serta teknologi. Sedangkan menurut Rohana (2011:111) dalam memahami konsep matematika diperlukan kemampuan generalisasi serta abstraksi yang cukup tinggi. Dengan demikian bahwa matematika merupakan ilmu yang sangat perlu dikuasai oleh semua warga negara Indonesia, baik penerapannya maupun pola pikirnya.

Pirie & Kieren (1994) menganggap bahwa pemahaman merupakan proses pertumbuhan yang utuh dan tidak pernah berakhir. Proses pemahaman ini digambarkan seperti bawang yang berlapis-lapis dan tidak pernah berakhir. Lapisan-lapisan pemahaman tersebut yaitu: pengetahuan dasar (*primitive knowing*), pembuatan gambaran (*image making*), pemilikan gambaran (*image having*), perhatian pada sifat-sifat (*property noticing*), pemformalan (*formalizing*), pengamatan (*observing*), penataan (*structuring*), penciptaan (*inventising*). Berdasarkan teori tersebut pemahaman merupakan proses yang tidak pernah berakhir sehingga pemahaman pada *inventising* sering menjadi *primitive knowing* materi baru. Seseorang sering kembali ke lapisan sebelumnya untuk selanjutnya maju ke lapisan pemahaman berikutnya yang disebut *folding back*.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Antika Muning Dewi Cahyati dan Kriswandani (2019), diperoleh hasil bahwa hanya ditemukan lima lapisan pemahaman yaitu *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *structuring*, dan *inventising*.

Sedangkan berdasarkan pada Viktor Sagala (2016), diperoleh bahwa subjek perempuan dan laki-laki mencapai lapisan pemahaman yang sama yaitu mencapai indikator-indikator pada lapisan *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing* dan *structuring*. Selanjutnya pada lapisan kedelapan *inventising*, kedua subjek hanya mencapai indikator pertama. Sehingga kedua subjek dapat dimasukkan ke dalam kategori lapisan pemahaman *oida inventising*.

Berdasarkan hasil dari beberapa penelitian di atas, didapatkan bahwa pada lapisan *structuring* lebih mudah ditemukan. Siswa mampu menyelesaikan permasalahan yang ada dengan konsep yang telah dimiliki. Namun, mengingat lapisan pemahaman konsep ini terdiri atas delapan lapisan, maka berbagai penelitian yang ada belum mampu menjawab bahwa memang lapisan-lapisan tersebut akan terus bersiklus, dan setiap siswa pasti mengalaminya.

Peneliti telah melakukan pra-penelitian kepada 20 siswa kelas VIII semester satu pada tanggal 17 Desember 2019 di SMP Muhammadiyah 2 Bojonegoro. Berdasarkan hasil pra-penelitian tersebut diperoleh data sebagai berikut: pada lapisan *primitive knowing* terdapat 4 siswa, pada lapisan *image making* terdapat 2 siswa, pada lapisan *formalizing* terdapat 8 siswa, pada lapisan *observing* terdapat 3 siswa, pada lapisan *structuring* terdapat 2 siswa, dan pada lapisan *inventising* terdapat 1 siswa. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan siswa di kelas tersebut terdapat lapisan terendah hingga tertinggi, meskipun tidak ditemukan kedelapan lapisan yang ada.

Selain melakukan pra-penelitian kepada siswa, peneliti juga melakukan wawancara dengan pihak sekolah. Hasil dari wawancara ini adalah guru belum

mengetahui tentang adanya lapisan pemahaman konsep pada siswa. Mereka merasa kesulitan dalam menerapkan pembelajaran karena beragamnya tingkat kemampuan siswa dalam memahami sebuah konsep yang diajarkan.

Berdasarkan pemaparan di atas, lapisan pemahaman konsep dirasa sangat penting untuk menjawab permasalahan yang ada. Ada manfaat bisa diperoleh dengan mengetahui lapisan pemahaman konsep masing-masing siswanya. Guru akan lebih mudah memahami karakter siswanya, sehingga guru bisa menerapkan metode pembelajaran yang tepat agar bisa diterima siswa secara keseluruhan. Selain itu bagi siswa, bisa menjadi bahan acuan untuk menerapkan gaya belajar sesuai dengan lapisan pemahamannya.

Berdasarkan hasil kajian teori dan hasil pra-penelitian, membuat lapisan-lapisan pemahaman konsep siswa dirasa sangat penting. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian dengan judul “Profil Lapisan Pemahaman Konsep Barisan Dan Deret Berdasar Teori Pirie Kieren”.

## **METODE PENELITIAN**

Jenis penelitian yang dilakukan oleh peneliti adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif yang bertujuan mendeskripsikan profil lapisan pemahaman konsep barisan dan deret berdasar teori Pirie Kieren pada siswa kelas VIII SMP Muhammadiyah 2 Bojonegoro. Penelitian ini dilakukan di kelas VIII SMP Muhammadiyah 2 Bojonegoro yang berjumlah 28 siswa. Teknik pemilihan subjek adalah melalui tes lapisan pemahaman konsep matematika. Satu kelas diberikan tes kemampuan matematika, selanjutnya hasilnya dianalisis dan dikelompokkan menjadi delapan lapisan yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, dan

*inventising*. Dalam penelitian ini, peneliti memilih dua siswa pada masing-masing lapisan pemahaman untuk dianalisis. Data dikumpulkan berdasarkan tes dan wawancara. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri dan instrumen pendukung adalah instrumen tes kemampuan matematika dan instrumen tes sebelum dilakukan tes di lapangan. Soal tes divalidasi oleh satu dosen dan satu guru di sekolah tempat dilaksanakan penelitian. Hasil validasi menunjukkan bahwa soal tes pemahaman dan pedoman wawancara dapat digunakan dengan beberapa revisi. Lapisan pemahaman dianalisis berdasarkan teori Pirie-Kieren. Selanjutnya, untuk mengecek keabsahan data digunakan triangulasi sumber dan triangulasi metode yaitu dengan membandingkan hasil tes dengan hasil wawancara. Setelah diperoleh data yang valid, maka dilakukan analisis. Analisis data meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Analisis data dilakukan secara kualitatif untuk menentukan level pemahaman matematika siswa. Berikut indikator lapisan pemahaman yang digunakan dalam penelitian ini.

Tabel 1. Indikator Lapisan Pemahaman Berdasarkan Teori Pemahaman Pirie-Kieren

No	Lapisan Pemahaman	Indikator
1.	<i>Primitive knowing</i>	a. Menyebutkan semua definisi dari istilah-istilah yang ditemukan dalam masalah. b. Menjelaskan semua definisi dari istilah-istilah yang ditemukan dalam masalah. c. Memberikan contoh yang

		berkaitan dengan istilah-istilah dalam masalah.
2.	<i>Image making</i>	a. Mendapatkan ide atau gambaran yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah. b. Mampu menjelaskan ide atau gambaran yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah dengan menggunakan contoh.
3.	<i>Image having</i>	a. Mendapatkan ide atau gambaran yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah. b. Mampu menjelaskan ide atau gambaran penyelesaian tersebut tanpa menggunakan contoh.
4.	<i>Property noticing</i>	a. Menyadari adanya hubungan antar definisi-definisi yang dipahami pada tahap <i>primitive knowing</i> . b. Memverifikasi hubungan antar definisi-definisi tersebut.
5.	<i>Formalizing</i>	a. Menemukan konsep sendiri dan menggunakan konsep yang ditemukan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.

6.	<i>Observing</i>	a. Menemukan pola terstruktur dari konsep untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. b. Membuat suatu pernyataan formal dari pola yang ditemukan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan.
7.	<i>Structuring</i>	a. Mengaitkan hubungan antara rumus yang satu dengan rumus yang lain dan mampu membuktikan berdasarkan argumen logis.
8.	<i>Inventing</i>	a. Memiliki sebuah pemahaman terstruktur komplit dan menciptakan pertanyaan-pertanyaan baru yang dapat tumbuh menjadi sebuah konsep baru.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

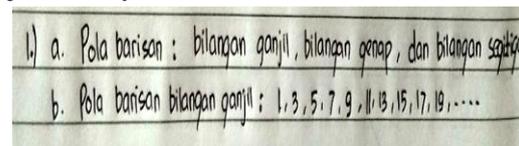
Analisis data dilakukan oleh peneliti setelah memperoleh data penelitian dari melakukan tes dan wawancara. Sebelum mengadakan tes, peneliti telah lebih dahulu mengadakan observasi untuk mengamati sejauh mana pengetahuan yang telah dimiliki siswa. Kemudian pada hari berikutnya peneliti melakukan tes dimana sebelumnya peneliti telah menyiapkan soal kemudian melakukan validasi soal dan validasi pedoman wawancara. Setelah hasil tes didapatkan, peneliti menimbang dan memilih 16 subjek terpilih untuk diwawancarai. Setiap wawancara dalam penelitian ini direkam oleh peneliti

dalam bentuk *voice record*. *Voice record* yang telah terkumpul kemudian dianalisis dengan cermat dengan memperhatikan hubungan antara hasil tes dan hasil wawancara. Kemudian dari situlah peneliti berhasil menemukan data dalam pengelompokan delapan lapisan pemahaman terhadap pemahaman konsep penggunaan barisan dan deret.

Keenam belas subjek terpilih hanya akan dipaparkan menjadi 8 subjek karena pada masing-masing lapisan pemahaman memiliki karakteristik yang sama. Sehingga data-data dalam penelitian ini valid karena pada masing-masing lapisan pemahaman ditemukan dua subjek terpilih.

### 1. *Primitive Knowing*

Pada lapisan pemahaman primitive knowing, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial AKS (Pk1) dan KHN (Pk2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial AKS (Pk1) sebagai berikut. Siswa inisial AKS (Pk1) telah diberikan tes mengenai macam-macam pola barisan dan contoh pola barisan. Berikut cuplikasi jawabannya:



Gambar 1. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek Pk1 menjawab dengan benar soal nomor 1, baik 1a dan 1b. Berdasarkan hasil tes tersebut, subjek Pk1 mampu menyebutkan 3 contoh pola bilangan yaitu bilangan ganjil, bilangan genap, dan bilangan segitiga, itu artinya pengetahuan dasar telah dikuasai dengan baik. Hal ini dikuatkan lagi dengan jawaban pada poin 1b, subjek memberikan contoh pola barisan bilangan ganjil kurang dari 20. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang

dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: "Apakah kamu paham maksud dari soal ini? Jelaskan apa yang kamu pahami dari soal tersebut!"*

*Pk1W1: "Iya saya paham. Pola barisan itu ada banyak, tapi yang saya ingat hanya pola barisan bilangan ganjil, bilangan genap, dan bilangan segitiga."*

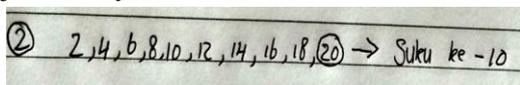
*PW2: "Pola barisan apa yang kamu buat?"*

*Pk1W2: "Saya membuat contoh pola barisan bilangan ganjil antara 1-20 dan seterusnya."*

Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara menunjukkan subjek Pk1 mampu membawa pengetahuan sebelumnya ke lapisan pemahaman selanjutnya. Sehingga berdasarkan indikator yang digunakan dalam penelitian ini, maka subjek Pk1 berada pada lapisan pemahaman *primitive knowing*.

## 2. Image Making

Pada lapisan pemahaman image making, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial AMSR (Im1) dan EFF (Im2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial AMSR (Im1) sebagai berikut. Siswa inisial AMSR (Im1) telah diberikan tes mengenai menentukan suku ke-10 dari suatu pola barisan. Berikut adalah cuplikan jawabannya:



Gambar 2. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek Im1 memperoleh hasil yang tepat yakni 20. Namun cara yang digunakan tidak sesuai dengan materi yang telah diajarkan. Soal nomor 2 seharusnya dikerjakan menggunakan rumus barisan aritmatika yaitu  $U_n = a + (n - 1)b$ .

Sedangkan yang dilakukan subjek Im1 adalah dengan mengurutkannya. Ini artinya, subjek Im1 membuat pemahaman dari pengetahuan sebelumnya dan menggunakannya dalam pengetahuan baru. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: Bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan untuk menyelesaikan soal ini?*

*Im1W1: Itu caranya tinggal saya urutkan saja mbak. Jadi dari 2 ke 4 itu kan naik 2, terus dari 4 ke 6 itu juga naik dua dan seterusnya. Lalu saya urutkan sampai suku ke sepuluh yaitu 20.*

Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara menunjukkan subjek Im1 membuat pemahaman dari pengetahuan sebelumnya dan menggunakannya dalam pengetahuan baru. Subjek Im1 menggunakan pengetahuannya sebelumnya yakni pola barisan bilangan genap. Sehingga berdasarkan indikator yang digunakan dalam penelitian ini, maka subjek Im1 berada pada lapisan pemahaman *image making*.

## 3. Image Having

Pada lapisan pemahaman image having, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial MDNKN (Ih1) dan N (Ih2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial MDNKN (Ih1) sebagai berikut.

Siswa inisial MDNKN (Ih1) telah diberikan tes mengenai menentukan suku ke-100 barisan aritmatika dan barisan geometri. Berikut cuplikan jawabannya:

3. a.  $U_n = a + (n-1)b$   
 $U_{100} = 3 + (100-1)3$   
 $= 3 + (99)3$   
 $= 3 + 297$   
 $= 300$

b.  $U_n = a \cdot r^{n-1}$   
 $U_9 = 2 \cdot 2^{9-1}$   
 $= 2 \cdot 2^8$   
 $= 2 \cdot 256$   
 $= 512$

Gambar 3. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek Ih1 menjawab pertanyaan 3a dan 3b dengan benar. Subjek Ih1 mampu menentukan bahwa soal 3a adalah barisan aritmatika, sedangkan 3b adalah barisan geometri. Hal ini ditunjukkan dengan penggunaan rumus yang tepat. Pada 3b subjek Ih1 menggunakan rumus  $U_n = a + (n-1)b$  dan 3b menggunakan rumus  $U_n = ar^{n-1}$ . Subjek Ih1 juga mampu menentukan suku pertama, beda, serta rasio dengan tepat. Sehingga subjek Ih1 memperoleh hasil yang tepat yaitu 300 untuk 3a dan 512 untuk 3b. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: Konsep matematika apa yang akan kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!*

*Ih1W1: Saya menggunakan rumus suku ke-n barisan aritmatika yaitu  $U_n = a + (n-1)b$ . Diketahui suku pertamanya adalah 3, bedanya 3, dan n nya 100. Itu tinggal saya masukkan kedalam rumus tadi.*

*PW2: Apakah yang membedakan soal ini dengan soal pada poin a?*

*Ih1W2: Kalau poin b ini menggunakan rumus barisan geometri yaitu  $U_n = a \cdot r^{n-1}$ . Tinggal dimasukkan saja,  $a = 2$ ,  $r = 2$ , dan  $n = 9$ .*

Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara menunjukkan bahwa subjek Ih1 memiliki gambaran mengenai suatu topik dan membuat gambaran mental mengenai topik itu tanpa harus mengerjakan contoh-contoh sebelumnya. Sehingga berdasarkan indikator yang digunakan dalam penelitian

ini, maka subjek Ih1 berada pada lapisan pemahaman *image having*.

#### 4. Property Noticing

Pada lapisan pemahaman property noticing, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial FAS (Pn1) dan NRPD (Pn2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial FAS (Pn1) sebagai berikut.

Siswa inisial FAS (Pn1) telah diberikan tes mengenai cara mencari jumlah suku ke-n dari suatu deret aritmatika, kemudian mencari jumlah suku ke-15 jika diketahui suku pertama adalah 2 dan beda 4. Berikut cuplikan jawabannya:

4 dengan menggunakan rumus:  $U_n = a + (n-1)b$   
 $U_{15} = 2 + (15-1)4$   
 $= 2 + (14)4$   
 $= 2 + 56$   
 $= 58$

Gambar 4. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek Pn1 menjawab soal dengan salah. Subjek Pn1 menggunakan rumus  $U_n = a + (n-1)b$ , padahal rumus tersebut merupakan rumus barisan aritmatika, sedangkan yang ditanyakan dalam soal adalah cara mencari jumlah suku ke-n dari suatu deret aritmatika. Hal ini menunjukkan bahwa subjek Pn1 mengkombinasikan aspek-aspek yang ada untuk mengerjakan soal tersebut. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: Menurut kamu, apakah terdapat konsep atau sifat-sifat pada materi sebelumnya yang digunakan dalam menyelesaikan soal ini?*

*Pn1W1: Iya, saya menggunakan sifat-sifat barisan aritmatika yaitu dengan rumus  $U_n = a + (n-1)b$ .*

Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara

menunjukkan subjek Pn1 mampu mengkombinasikan aspek- aspek dari sebuah topik untuk membentuk sifat spesifik terhadap topik itu. Sehingga berdasarkan indikator yang digunakan dalam penelitian ini, maka subjek Pn1 berada pada lapisan pemahaman *property noticing*.

### 5. Formalizing

Pada lapisan pemahaman formalizing, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial IUB (Fo1) dan SM (Fo2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial IUB (Fo1) sebagai berikut.

Siswa inisial IUB (Fo1) telah diberikan tes mengenai menentukan jumlah 20 suku pertama deret aritmatika. Berikut cuplikan jawabannya:

$$\begin{aligned}
 5) \quad S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)b) \\
 S_{20} &= \frac{20}{2} (2 \cdot 2 + (20-1)3) \\
 &= 10(4 + (19)3) \\
 &= 10(4 + 57) \\
 &= 10(61) \\
 &= 610
 \end{aligned}$$

Gambar 5. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek Fo1 menjawab soal dengan tepat soal nomor lima. Subjek Fo1 mampu memahami maksud soal dengan baik. Hal ini terlihat dari penggunaan rumus yang tepat serta cara mengerjakan setiap langkahnya. Subjek Fo1 menggunakan rumus deret aritmatika yaitu  $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$ , ini menunjukkan bahwa konsep sebelumnya yaitu barisan aritmatika telah dipahami dengan baik. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: Apakah kamu yakin bahwa konsep-konsep yang kamu gunakan dalam menyelesaikan soal ini sudah benar? Coba jelaskan bagaimana cara kamu meyakinkan bahwa jawabanmu sudah benar!*

*Fo1W1: Saya yakin bahwa konsep yang saya gunakan sudah benar. Alasan saya karena soal tersebut merupakan deret aritmatika, sehingga saya gunakan rumus  $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$ . Untuk nilai  $n$ ,  $a$ , dan  $b$  tinggal dimasukkan saja apa yang telah diketahui.*

Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara menunjukkan subjek Fo1 membuat abstraksi suatu konsep matematika berdasarkan sifat-sifat yang muncul pada soal nomor lima. Sehingga berdasarkan indikator yang digunakan dalam penelitian ini, maka subjek Fo1 berada pada lapisan pemahaman *formalizing*.

### 6. Observing

Pada lapisan pemahaman observing, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial TA (Ob1) dan IFRP (Ob2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial TA (Ih1) sebagai berikut.

Siswa inisial TA (Ob1) telah diberikan tes mengenai menentukan suku pertama barisan aritmatika. Berikut cuplikan jawabannya:

$$\begin{aligned}
 6) \quad U_n &= a + (n-1)b \\
 400 &= a + (20-1)5 \\
 400 &= a + 95 \\
 a &= 305
 \end{aligned}$$

Gambar 6. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek Ob1 menjawab dengan benar soal nomor enam. Permasalahan yang disajikan pada soal nomor enam adalah pengayaan dari konsep barisan aritmatika. Subjek Ob1 mampu memahami bahwa selisih setiap dua suku yang berdekatan adalah beda. Sehingga subjek Ob1 tidak kesulitan dalam menentukan suku pertama barisan tersebut. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: Jelaskan proses pengerjaan dari memadukan konsep-konsep yang sudah kamu miliki sehingga diperoleh jawaban yang benar ini!*

*Ob1W1: Saya menggunakan konsep barisan aritmatika. Karena diketahui n nya adalah 20, Un nya adalah 400, sedangkan selisih dua suku berdekatan atau beda adalah 5, maka saya bisa mencari suku pertama dengan menggunakan rumus  $U_n = a + (n - 1)b$ .*

Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara, subjek Ob1 menjawab soal nomor enam dengan benar. Subjek Ob1 mampu menentukan beda,  $U_n$ , serta  $n$  untuk kemudian dimasukkan ke dalam rumus  $U_n = a + (n - 1)b$  untuk menentukan nilai suku pertama. Hal ini menunjukkan subjek Ob1 mampu mengkoordinasikan aktivitas formal pada level formalizing sehingga mampu menggunakannya pada permasalahan terkait yang dihadapinya. Sehingga berdasarkan indikator yang digunakan dalam penelitian ini, maka subjek Ob1 berada pada lapisan pemahaman *observing*.

### 7. Structuring

Pada lapisan pemahaman structuring, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial ANF (St1) dan RAF (St2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial ANF (St1) sebagai berikut. Siswa inisial ANF (St1) telah diberikan tes mengenai menentukan suku kedua barisan geometri. Berikut cuplikan jawabannya:

$$\begin{aligned} \frac{U_9}{U_6} &= \frac{27}{27} \\ \frac{ar^8}{ar^5} &= \frac{27}{27} \\ r^3 &= 27 \\ r^2 &= \sqrt[3]{27} \\ r &= 3 \\ U_5 &= 243 \\ a \cdot 3^4 &= 243 \\ a &= \frac{243}{81} \\ a &= 3 \\ U_2 &= a \cdot r \\ &= 3 \cdot 3 = 9 \end{aligned}$$

Gambar 7. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek St1 menjawab soal nomor tujuh dengan benar. Soal nomor tujuh butuh pemahaman yang cukup luas untuk dapat mengerjakannya. Subjek St1 mampu menjawab dengan detail dan rinci dalam setiap langkahnya. Mulai dari membagi  $U_9$  dengan  $U_6$  untuk memperoleh nilai rasio, kemudian memasukkan nilai  $r$  ke  $U_5$  untuk memperoleh nilai  $a$ , dan yang terakhir memasukkan nilai  $a$  dan  $r$  ke  $U_2$  untuk mendapatkan jawaban yang diinginkan soal tersebut. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: Bagaimana cara kamu menyelesaikan permasalahan ini?*

*St1W1: Saya gunakan rumus  $U_n$  barisan geometri. Pertama, saya bagi  $\frac{U_9}{U_6}$  sehingga ketemu  $r$  nya 3. Terus dimasukkan nilai  $r = 3$  ke persamaan  $U_5$  sehingga ketemu  $a = 3$ . Karena  $r$  dan  $a$  sudah ketemu, maka masuk ke rumus  $U_2$  dan diperoleh hasil 9.*

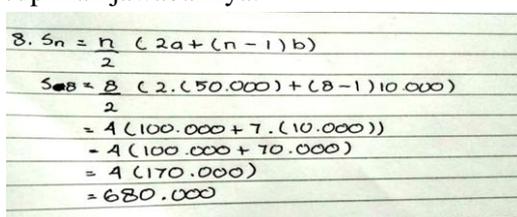
Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara menunjukkan subjek St1 mampu mengaitkan hubungan antara teorema satu dengan teorema lainnya dan mampu membuktikannya dengan argument yang logis serta mampu membuktikan hubungan antara teorema yang satu dengan lainnya secara aksiomatik. Sehingga berdasarkan

indikator yang digunakan dalam penelitian ini, maka subjek St1 berada pada lapisan pemahaman *structuring*.

#### 8. *Inventising*

Pada lapisan pemahaman *inventising*, peneliti berhasil menemukan dua subjek terpilih yaitu siswa inisial CZC (In1) dan ES (In2). Keduanya memiliki karakteristik yang sama dalam menjawab soal. Kemudian akan dipaparkan hasil tes siswa inisial CZC (In1) sebagai berikut.

Siswa inisial CZC (In1) telah diberikan tes mengenai menentukan jumlah tabungan sampai akhir tahun. Berikut cuplikan jawabannya:



The image shows a handwritten solution on lined paper. It starts with the formula for the sum of an arithmetic series:  $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ . Then, it substitutes the values:  $S_{88} = \frac{8}{2} (2 \cdot (50.000) + (8-1)10.000)$ . This is simplified to  $= 4 (100.000 + 7 \cdot (10.000))$ , then  $= 4 (100.000 + 70.000)$ , then  $= 4 (170.000)$ , and finally  $= 680.000$ .

Gambar 8. Lapisan Pemahaman Konsep Siswa

Subjek In1 menjawab soal nomor delapan dengan benar. Subjek In1 mampu memahami permasalahan yang diberikan dengan menggunakan pemahamannya mengenai deret aritmatika dengan rumus  $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ . Kemudian mensubstitusikan  $n = 8$ ,  $a = 50.000$ , dan  $b = 10.000$ , sehingga diperoleh hasil 680.000. Hal ini menunjukkan bahwa subjek In1 memiliki pemahaman yang terstruktur lengkap karena mampu membawa soal cerita kedalam rumus deret aritmatika. Namun belum diketahui lapisan pemahaman yang dimiliki subjek, untuk itu dilakukan wawancara yang hasilnya sebagai berikut:

*PW1: Apa yang kamu pikirkan ketika membaca soal ini?*

*In1W1: Awalnya saya masih bingung, ini soal model aritmatika atau geometri, kemudian saya baca sampai tiga kali, kemudian saya tahu kalau beda tiap bulannya 10.000, berarti ini aritmatika.*

Kemudian karena yang ditanyakan jumlah tabungan sampai akhir tahun, jadi saya gunakan rumus jumlah deret aritmatika.

Berdasarkan deskripsi hasil tes lapisan pemahaman dan hasil wawancara menunjukkan subjek In1 memiliki sebuah pemahaman terstruktur lengkap. Sehingga berdasarkan indikator yang digunakan dalam penelitian ini, maka subjek In1 berada pada lapisan pemahaman *inventising*.

Siswa pada lapisan *primitif knowing* mampu menyelesaikan permasalahan dalam soal dengan sangat baik. Seperti pada subjek Pk1 dan Pk2 yang dapat menunjukkan macam-macam pola barisan dan membuat contohnya. Pada lapisan ini, siswa menggunakan pengetahuan dasar yang dimiliki dalam penyelesaian soal. Hal ini sejalan dengan tingkat unistruktural pada teori taksonomi SOLO dalam Ellen Wanodya Ghati (2018) yaitu dalam tingkatan ini siswa mampu mengerjakan soal-soal atau masalah yang diberikan kepadanya hanya dengan satu informasi atau satu konsep yang ia ketahui. Pada tingkatan ini subjek telah mampu mengingat pengetahuan dasar yang dimiliki.

Siswa pada lapisan *image making* memperoleh hasil yang benar namun proses yang digunakan tidak sesuai dengan rumus atau cara yang sudah diajarkan. Seperti pada subjek Im1 dan Im2 yang mengerjakan soal dengan mengurutkan berdasarkan urutan yang seharusnya. Pada lapisan ini, siswa membuat pemahaman melalui proses menafsirkan dalam menyelesaikan soal. Hal ini sejalan dengan teori W. Gulo (2008: 59-60) ekstrapolasi, yaitu kemampuan untuk melihat kecenderungan atau arah atau kelanjutan dari suatu temuan. Dengan kemampuan ekstrapolasi inilah seorang siswa mampu menyatakan suku ke-10 suatu barisan.

Siswa pada lapisan *image having* mampu memahami soal dengan baik sehingga hasil yang diperoleh tepat. Seperti pada subjek Ih1 dan Ih2 yang menggunakan rumus dengan benar, yaitu rumus  $Un = a + (n - 1)b$  pada 3a dan menggunakan rumus  $Un = a \cdot r^{n-1}$  pada 3b. Pada lapisan ini, siswa sudah memiliki gambaran dalam mengerjakan soal yang diberikan, padahal sebelumnya tidak pernah mengerjakan contoh soal. Hal ini sejalan dengan teori Benyamin S. Bloom (1956) tahap ekstrapolasi (*extrapolation*), yaitu menyimpulkan dan membuat gambaran dari sesuatu yang telah diketahui.

Siswa pada lapisan *property noticing* tidak mampu memahami maksud soal dengan baik, sehingga jawaban yang dihasilkan salah. Seperti pada subjek Pn1 dan Pn2 yang menggunakan rumus barisan aritmatika untuk menyelesaikan soal, padahal seharusnya menggunakan rumus atau konsep deret aritmatika. Pada lapisan ini, siswa mampu mengkombinasikan konsep yang dimiliki namun belum mampu menggunakannya secara tepat. Hal ini sejalan dengan teori taksonomi SOLO dalam Nurul Dwi Pratiwi dan Woro Setyarsih (2015) pada tingkat unistruktural. Pada tingkat ini terlihat adanya hubungan yang jelas dan sederhana antara satu konsep dengan konsep lainnya tetapi inti konsep tersebut secara luas belum dipahami. Hal ini mengakibatkan kesalahan pada jawaban yang dihasilkan subjek.

Siswa pada lapisan *formalizing* mampu memahami soal dengan baik sehingga diperoleh hasil yang benar. Seperti pada subjek Fo1 dan Fo2 yang menggunakan rumus  $Sn = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$  dalam menyelesaikan soal. Pada lapisan ini, siswa membuat pemahaman dari yang diketahui di dalam soal. Hal ini sejalan dengan Hal ini sejalan dengan teori Anderson & Krathwohl (2010:106) yaitu

mengklasifikasikan (*classifying*), meringkas (*summarizing*), menarik inferensi (*inferring*), membandingkan (*comparing*), dan menjelaskan (*explaining*).

Siswa pada lapisan *observing* mampu memahami soal dengan baik sehingga diperoleh hasil yang benar. Seperti pada subjek Ob1 dan Ob2 yang menyelesaikan soal pengayaan dengan menggunakan konsep yang benar. Pada lapisan ini, siswa menggunakan penjelasan-penjelasan sebelumnya untuk digunakan dalam permasalahan terkait yang dihadapinya. Hal ini sejalan dengan teori taksonomi SOLO dalam Ellen Wanodya Ghati (2018) pada tingkat rasional. Pada tingkat ini siswa dapat menunjukkan pemahaman beberapa komponen dari satu kesatuan konsep, memahami peran bagian-bagian bagi keseluruhan serta telah dapat mengaplikasikan sebuah konsep pada keadaan-keadaan yang serupa.

Siswa pada lapisan *structuring* mampu menyelesaikan soal dengan sangat baik, padahal dalam soal ini membutuhkan pemahaman yang cukup luas. Seperti pada subjek St1 dan St2 yang mampu menyelesaikan soal dengan rinci dari setiap langkah-langkahnya. Pada lapisan ini, siswa mengaitkan beberapa konsep untuk menyelesaikan soal yang dihadapi. Hal ini sejalan dengan teori taksonomi SOLO dalam Ellen Wanodya Ghati (2018) pada tingkat extended abstract. Pada tahap ini siswa melakukan koneksi tidak hanya sebatas pada konsep-konsep yang sudah diberikan saja melainkan dengan konsep-konsep di luar itu. Dapat membuat generalisasi serta dapat melakukan sebuah perumpamaan-perumpamaan pada situasi-situasi spesifik.

Siswa pada lapisan *inventising* mampu menyelesaikan soal dengan baik, sehingga diperoleh hasil yang tepat. Seperti pada subjek In1 dan In2 yang mampu menjawab soal cerita yang diberikan. Pada

lapisan ini, siswa memiliki pemahaman yang lengkap dan terstruktur. Hal ini sejalan dengan taksonomi SOLO dalam Nurul Dwi Pratiwi dan Woro Setyarsih (2015) pada tingkat *extended abstract* yaitu siswa telah memiliki pengetahuan dan menyimpulkan secara lengkap bahkan membuat definisi-definisi baru.

## SIMPULAN

Berdasarkan data, informasi, analisis data, dan pembahasan yang dilakukan oleh peneliti maka dapat disimpulkan bahwa terdapat macam-macam level lapisan pemahaman konsep yang dimiliki oleh siswa kelas VIII SMP Muhammadiyah 2 Bojonegoro. Siswa yang berada pada lapisan *primitive knowing* adalah siswa yang telah memiliki pengetahuan dasar yaitu mengetahui macam-macam barisan serta contohnya dan mampu memahami definisi baru dengan membawa pengetahuan sebelumnya ke lapisan pemahaman selanjutnya. Siswa yang berada pada lapisan *image making* adalah siswa yang membuat pemahaman dari pengetahuan sebelumnya yaitu siswa yang mampu menentukan suku ke-10 secara manual tanpa menggunakan rumus dan menggunakannya dalam pengetahuan baru. Siswa yang berada pada lapisan *image having* adalah siswa yang sudah memiliki gambaran mengenai suatu topik yaitu siswa yang mampu menentukan suku ke-100 dengan menggunakan rumus yang diajarkan dan membuat gambaran mental mengenai topik itu tanpa harus mengerjakan contoh-contoh. Siswa yang berada pada lapisan *property noticing* adalah siswa yang mampu mengkombinasikan aspek- aspek dari sebuah topik untuk membentuk sifat spesifik terhadap topik itu, dalam hal ini adalah siswa yang tidak mampu membedakan antara suku ke-n dengan jumlah suku. Siswa yang berada pada

lapisan *formalizing* adalah siswa yang mampu membuat abstraksi suatu konsep matematika berdasarkan sifat-sifat yang muncul yaitu siswa yang mampu menentukan jumlah 20 suku pertama suatu deret aritmatika. Siswa yang berada pada lapisan *observing* adalah siswa yang mampu mengkordinasikan aktivitas formal pada level *formalizing* sehingga mampu menggunakannya pada permasalahan terkait yang dihadapinya, ini terdapat pada siswa yang mampu menentukan suku pertama suatu barisan aritmatika. Siswa yang berada pada lapisan *structuring* adalah siswa yang mampu mengaitkan hubungan antara teorema satu dengan teorema lainya dan mampu membuktikannya dengan argument yang logis serta mampu membuktikan hubungan antara teorema yang satu dengan lainnya secara aksiomatik, hal ini terdapat pada siswa yang mampu menentukan suku ke-2 suatu barisan geometri. Sedangkan siswa yang berada pada lapisan *inventising* adalah siswa yang memiliki sebuah pemahaman terstruktur lengkap dan mampu menciptakan pertanyaan-pertanyaan baru yang tumbuh menjadi sebuah konsep yang baru, hal ini terdapat pada siswa yang mampu mengerjakan soal pengayaan dengan menentukan jumlah tabungan sampai akhir tahun.

## DAFTAR RUJUKAN

- Anas Sudijono. (2009). Pengantar Statistik Pendidikan. Jakarta: Rajawali pers.
- Anderson, L.W., dan Krathwohl, D.R. (2010). Kerangka Landasan untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Assesmen. Yogyakarta: Pustaka Belajar.
- Antika, M. D.C dan Kriswandani. (2019). Lapisan Pemahaman Konsep Matematika dalam Menyelesaikan Soal Timss Bagi Siswa Smp Kelas VIII. Jurnal Inovasi Pendidikan dan

- Pembelajaran Matematika, 2(3), 83-97.
- Benjamin S. Bloom, et. al. (1956). Taxonomy of educational Objective, Handbook I: Cognitive Domain. New York: David McKay.
- Ellen Wanodya Ghati. (2018). Karakteristik Respon Siswa Sekolah Dasar Dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah Berdasarkan Taksonomi Solo. *Jurnal Padagogik*, 5(2), 209-216.
- Gulo, W. (2008). Strategi Belajar Mengajar. Jakarta : PT. Grasindo.
- Nurul Dwi Pratiwi dan Woro Setyarsih. 2015. Pengembangan Instrumen Evaluasi Berbasis Taksonomi Structure of the Observed Learning Outcome (SOLO) Untuk Menentukan Profil Kemampuan Siswa dalam Memecahkan Masalah Fluida Statis. *Jurnal Inovasi Pendidikan Fisika (JIPF)*, 4(3), 45-49.
- Pirie, S. & Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How we Can Characterize it an How can Represent it. *Education Studies in Mathematics*, 9, 160-190.
- Rohana. (2011). Pengaruh Pembelajaran Berbasis Masalah Terhadap Pemahaman Konsep Mahasiswa FKIP Universitas PGRI. Palembang : Prosiding PGRI.
- Rohman, Nur. (2017). Perbandingan Prestasi Belajar Siswa Dengan Pendekatan Pbl Dan Kontekstual Pada Pokok Bahasan Operasi Bilangan Bulat Ditinjau Dari Motivasi Siswa Kelas V Sd Negeri Di Kecamatan Dander Bojonegoro Tahun Ajaran 2016/2017. *Jurnal Manajemen Dan Penelitian Akuntansi*, 9(2), 172-182.
- Rusman. (2010). Model Model Pembelajaran. Bandung: Rajawali Pers.
- Utami, A. D., Sa'dijah, C., Subanji, & Irawati, S.. (2019). Students' Pre-Initial Mental Model: The Case of Indonesian First-Year of College Students. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1173-1188.
- Viktor Sagala. (2016). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi Dan Bentuk Folding Back Mahasiswa Calon Guru Berkemampuan Matematika Tinggi Berdasarkan Gender. *Journal of Mathematics Education, Science and Technologi*, 2(1), 183-198.
- Wardhani, IGK. (2008). Penelitian Tindakan Kelas. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Zulkardi. (2003). Pendidikan Matematika di Indonesia: Beberapa Permasalahan dan Upaya Penyelesaiannya. Palembang: Unsri.